

Giuseppe Peano

Matematico e Maestro

Celebrazioni di Giuseppe Peano nel 150° della nascita
e nel 100° del *Formulario Mathematico*



Giuseppe Peano

Matematico e Maestro

a cura di
Erika Luciano e Clara Silvia Roero

Torino 2008
Dipartimento di Matematica dell'Università

Giuseppe Peano, Matematico e Maestro

Biblioteca Nazionale Universitaria di Torino, piazza C. Alberto 3, Torino

16 settembre - 14 novembre 2008

Orari: Ln-Me-Vn ore 8-14.30; Ma-Gv 8-19

Inaugurazione: 16 settembre 2008 ore 17.30

Giuseppe Peano e l'Università di Torino

Archivio Storico dell'Università di Torino, via Verdi 8, Torino

16 settembre - 14 novembre 2008

Orari: Ln-Vn ore 9-13

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano

Biblioteca Civica Italo Calvino, Lungo Dora Agrigento 94, Torino

12 settembre - 14 novembre 2008

Orari: Ln 15-19; Ma-Vn ore 8.15-19; Sb ore 8.15-14

Inaugurazione: 12 settembre 2008 ore 17.30

Laboratori didattici per le Scuole secondarie di 1° e 2° grado

Biblioteca Civica Italo Calvino, Lungo Dora Agrigento 94, Torino

Prenotazioni: tel. 011 4420740/41 fax: 011 4420777

In copertina:

Ritratto di Giuseppe Peano, realizzato intorno al 1928 da Vittorio Bernardi (1900-1980), marito di Rosa Peano, sorella del matematico.

Sul retro di copertina:

Ricostruzione grafica della terrazza della villa di Peano a Cavoretto.

Fotografie ed elaborazioni fotografiche:

Andrea Astesiano (terrazza di Cavoretto), Marco Bernardi, Vittorio Massimo Bernardi, Dora Damiano, Erika Luciano, Clara Silvia Roero, Stefania Serre.

Progettazione grafica e realizzazione: Nerosubianco (Cuneo).



Il 27 agosto 2008 ricorre il centocinquantesimo anno della nascita di Giuseppe Peano (1858-1932), l'illustre matematico cuneese, docente universitario, linguista e maestro di un folto gruppo di allievi e di insegnanti, che fu fra i protagonisti del panorama scientifico internazionale fra Ottocento e Novecento.

Autore di una ventina di libri e di oltre quattrocento scritti, curatore di riviste di matematica e di interlingua, la sua opera si è estrinsecata in vari settori della cultura, lasciando in ognuno un'impronta originale e profonda: dall'analisi matematica alla logica, dalla critica dei principi ai fondamenti della matematica, dalla geometria al calcolo vettoriale, dal calcolo numerico alla matematica attuariale. Il suo impegno costante a favore della scuola e per la diffusione della cultura scientifica lo portarono pure ad occuparsi di storia della matematica, di didattica, di glottologia e di filologia, campi nei quali dispiegò una grande professionalità.

Universalmente riconosciuto come uno dei padri fondatori della logica matematica, il progetto più ambizioso cui Peano dedicò tutte le sue energie, a partire dal 1891, fu quello del *Formulario Mathematico*, che per tutta la vita continuò a riconoscere come l'opera più importante da lui compiuta: una grande enciclopedia matematica sotto forma simbolica completa, di cui si registra quest'anno il centenario dell'edizione definitiva del 1908, redatta in *latino sine flexione*, la lingua internazionale da lui scelta per diffondere la cultura scientifica. Alla realizzazione di quest'impresa si dedicarono suoi assistenti e allievi, colleghi d'Università e di Accademia militare, e collaboratori esterni all'area torinese.

Le tre mostre realizzate a Torino per celebrare questi eventi intendono sottolineare il ruolo che l'operato di Peano ebbe in ambito internazionale, nell'Ateneo torinese e nel mondo della scuola, facendolo conoscere attraverso centinaia di documenti e oggetti: volumi, manoscritti, lettere, estratti di articoli, testimonianze e fotografie, abachi, regoli, quadrati magici, origami e giochi matematici.

Il ritrovamento dell'archivio di corrispondenze e manoscritti di Peano e del fondo dell'*Academia pro interlingua*, di cui era il presidente dal 1908, e soprattutto la ricostruzione della sua ricca biblioteca, con l'individuazione di numerosi volumi costellati di sue note autografe hanno permesso di offrire al pubblico la varietà dei suoi interessi e di mostrare il suo impegno costante nella cultura e nella società.

È stato intitolato al nome di Giuseppe Peano il Dipartimento di Matematica

dell'Università di Torino, che ha così inteso sancire l'importanza della sua figura e della sua opera.

Nella Biblioteca Speciale di tale Dipartimento di Matematica sono conservati due importanti fondi di estratti, opuscoli, periodici, lettere e manoscritti di Peano e dell'*Accademia pro Interlingua*, che sono stati generosamente donati dalle famiglie di Mario Gliozzi e di Nicola Mastropaolo.

Desideriamo cogliere quest'occasione per esprimere il nostro più vivo ringraziamento a tutti coloro che hanno collaborato alla realizzazione delle mostre, in particolare alla direzione e al personale della Biblioteca Nazionale Universitaria di Torino, dell'Archivio Storico dell'Università di Torino, della Biblioteca Civica I. Calvino di Torino e della Biblioteca Civica di Cuneo. Siamo inoltre grate, per la disponibilità e per l'aiuto forniti, al personale delle Biblioteche e degli Archivi di Cuneo, Milano, Torino, Genova, Piacenza, Parma, Pisa, Roma e Napoli, elencate nella lista delle Abbreviazioni, e ai direttori che hanno permesso l'esposizione di manoscritti e libri di Peano e dei suoi allievi, conservati nelle loro sedi.

Grande riconoscenza da parte nostra va a Vittoria Mastropaolo, alla famiglia Gliozzi, e a Roberto Vacca che hanno messo a nostra disposizione per le Celebrazioni le loro preziose raccolte, e alla collega Lucietta Di Paola per la lettera di Peano a S. Timpanaro. Un grazie particolare rivolgiamo alla famiglia Bernardi, che ci ha permesso di utilizzare immagini e ritratti inediti di Peano e della sua curva realizzata sulla terrazza della villa a Cavoretto e alla famiglia Chinaglia per le fotografie di Peano con i suoi allievi. Per le immagini della città di Torino negli anni 1880-1930 dobbiamo ringraziare l'ufficio Comunicazione e Relazioni Esterne del Gruppo Trasporti Torinesi che ha consentito l'utilizzo delle raccolte dei loro archivi. Infine esprimiamo la nostra gratitudine alla Fondazione Lalla Romano di Milano per la consultazione di manoscritti inediti e al museo Il Giardino di Archimede di Firenze per la realizzazione dei giochi matematici.

Torino, Agosto 2008

Clara Silvia Roero

Comitato Scientifico delle Celebrazioni

Giampietro Allasia - Ferdinando Arzarello - Ettore Casari - Alberto Conte - Roberto Di Carlo - Paolo Freguglia - Dionigi Galletto - Livia Giacardi - Enrico Giusti - Gabriele Lolli - Gianfranco Maggi - Angelo Raffaele Meo - Enrico Pasini - Franco Pastrone - Ezio Pellizzetti - Fabrizio Pennacchietti - Enrico Predazzi - Flavio Previale - Clara Silvia Roero - Pietro Rossi - Fulvia Skof - Francesco Traniello.

Sotto l'alto patronato del Presidente della Repubblica
con il patrocinio dell'Accademia Nazionale dei Lincei
e dell'Istituto Lombardo - Accademia di Scienze Lettere e Arti

Enti che hanno collaborato alle Celebrazioni

Accademia delle Scienze di Torino
Archivio di Stato di Torino
Archivio Storico dell'Università di Torino
Associazione Italiana di Logica e sue Applicazioni
Associazione Subalpina Mathesis
Biblioteca Civica di Cuneo
Biblioteca Civica Passerini Landi di Piacenza
Biblioteche Civiche Torinesi - Biblioteca Civica I. Calvino
Biblioteca del Dipartimento di Filosofia, Università di Milano
Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Milano
Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Napoli
Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Parma
Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Roma La Sapienza
Biblioteca Nazionale Universitaria di Torino
Biblioteca Speciale di Matematica, Dip. di Matematica G. Peano, Università di Torino
Biblioteca Universitaria di Genova
Centro di Studi della Storia dell'Università di Torino
Comune di Cuneo, Assessorato per la cultura
Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino
Domus Galilaeana, Pisa
Fondazione del Teatro Stabile di Torino
Fondazione Filippo Burzio
Fondazione Lalla Romano
Il Giardino di Archimede
Società Italiana di Storia delle Matematiche
Unione Matematica Italiana
Università degli Studi di Torino

Abbreviazioni

a.	anno
Acc. Sci. Torino	Accademia delle Scienze di Torino
A.p.I.	Accademia pro Interlingua
ASUT	Archivio Storico dell'Università di Torino
BC Cuneo	Biblioteca Civica di Cuneo
BC Piacenza	Biblioteca Civica Passerini Landi di Piacenza
BDF Milano	Biblioteca del Dipartimento di Filosofia, Università di Milano
BDM Milano	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Milano
BDM Napoli	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Napoli
BDM Parma	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Parma
BDM Roma	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Roma 1
BN Torino	Biblioteca Nazionale Universitaria di Torino
BSM Torino	Biblioteca Speciale di Matematica, Dip. Matematica G. Peano, Università di Torino
BU Genova	Biblioteca Universitaria di Genova
c.	carta
c.p.	cartolina postale
CorrISP.:	Corrispondenza
DG Pisa	Domus Galilaeana di Pisa
F ₀	<i>Introduction au Formulaire de Mathématiques</i> , Torino, Guadagnini, 1894
F ₁	<i>Formulaire de Mathématiques</i> , t. I, Turin, Bocca, 1895
F ₂	<i>Formulaire de Mathématiques</i> , t. II, Turin, Bocca, 1897-1899
F ₃	<i>Formulaire de Mathématiques</i> , t. III, Turin, Bocca, 1901
F ₄	<i>Formulaire Mathématique</i> , t. IV, Turin, Bocca, 1903
F ₅	<i>Formulario Mathematico</i> , t. V, Torino, Bocca, 1908
Necrol.:	Necrologio
n.n.	non numerato
p.	pagina
r	recto
Recens.:	Recensione
R.d.M.	Rivista di Matematica, Torino, Bocca, 8 voll., 1891-1906
R.M.M.	<i>Revue de Métaphysique et de Morale</i> , Paris, Hachette, 1893-
S.&V.	<i>Schola et Vita</i> , S. Sofia di Romagna, Stab. Tip. dei Comuni; Milano, Arti grafiche L. Bonfiglio, Stab. Arti Grafiche Campanati, 13 voll., 1926-1938
s.	serie
s.d.	senza data
s.e.	senza editore
s.l.	senza luogo
s.t.	senza titolo
Traduz.:	Traduzione
v	verso
vol.	volume

Giuseppe Peano Matematico e Maestro

a cura di

Erika Luciano e Clara Silvia Roero

Biblioteca Nazionale Universitaria di Torino



La casa natale a Spinetta (CN)

Come Mida convertiva in oro tutto ciò che toccava, così egli trasformava in essenziale ed elementare tutto ciò su cui la sua mente si posava. Con lui si scendeva alla radice delle cose, e le idee si schiarivano, si impregnavano di evidenza. Tutto in lui, senza sforzo, ed anzi istintivamente, era diretto a questa suprema meta, che è anche per lo spirito conoscitore, supremo diletto: semplicità e chiarezza.

U. Leva, *Semplicità di vita e di pensiero di un uomo di fama mondiale*, La Stampa 29.4.1932, p. 6

Dagli anni a ridosso dell'unità d'Italia fino ai primi decenni del Novecento Torino raggiunge nella ricerca scientifica, e in particolare in quella matematica, una posizione di assoluto prestigio sulla scena nazionale e internazionale, e fra i protagonisti del panorama scientifico d'avanguardia si distingue per il suo carisma e il suo genio creativo il matematico cuneese Giuseppe Peano.

Autore di una ventina di libri e di oltre quattrocento scritti, egli estrinseca la sua opera in vari settori della cultura, lasciando in ognuno un'impronta originale e profonda: dall'analisi matematica alla logica, alla critica dei principi e ai fondamenti della matematica, dalla geometria al calcolo vettoriale, dal calcolo numerico alla matematica attuariale. Il suo impegno costante a favore della scuola e per la diffusione della cultura scientifica lo portano pure ad occuparsi di storia della matematica, di didattica, di glottologia e di filologia, campi nei quali dispiega una grande professionalità, accompagnata alla serietà dello studioso che non smette mai di imparare.

Durante i cinquant'anni di insegnamento nell'Ateneo torinese Peano riesce anche a riunire attorno a sé un folto gruppo di allievi e di insegnanti che collaborano con entusiasmo alle iniziative da lui promosse. L'attività intensa della scuola che si forma sotto la sua guida produrrà un'importante azione di rinnovamento nell'istruzione secondaria e contribuirà allo sviluppo nazionale delle ricerche in logica matematica, critica dei principi, fondamenti della matematica, analisi infinitesimale, calcolo vettoriale, matematiche elementari e storia della scienza.

Il nome di Peano è oggi legato a numerosi risultati divenuti ormai classici, e molte delle ricerche da lui avviate hanno conosciuto un prodigioso sviluppo in contesto internazionale. A Torino però la novità dei suoi metodi didattici con l'uso dei simboli, il comportamento troppo democratico verso gli studenti e gli allievi, e la sua fermezza nel perseguire l'obiettivo di rendere la matematica più rigorosa e più semplice mediante la logica, suscitano nei colleghi opposizioni e polemiche, che determinano nel 1910 il suo allontanamento dall'insegnamento di Analisi superiore e il cambiamento dei suoi interessi.



Angelo Genocchi, 1817-1889



Enrico D'Ovidio, 1843-1933



Francesco Faà di Bruno, 1825-1888

Giuseppe Peano nasce nella borgata Tetto Galant a Spinetta, una frazione di Cuneo, il 27 agosto 1858, figlio di Bartolomeo e Rosa Cavallo, agricoltori e proprietari terrieri. Di costituzione gracile, compie le scuole elementari a Cuneo, dove una parte della famiglia si trasferisce, in periodo scolastico, per favorire l'istruzione e l'educazione dei figli, che avrebbero altrimenti dovuto compiere ogni giorno molti chilometri a piedi per raggiungere la scuola. La vivacità d'ingegno del giovane Giuseppe e il suo spiccato desiderio di apprendere, che si manifesta nella continua ricerca di libri da leggere, spingono lo zio da parte materna Giuseppe Michele Cavallo, cappellano a Torino all'ospedale S. Giovanni Battista, a condurlo con sé per completare gli studi superiori. Peano si trasferisce così nel 1870-71 nel capoluogo piemontese per proseguire gli studi classici e, conseguita da privatista la licenza ginnasiale nel 1873, frequenta il Liceo classico Cavour, da cui esce nel 1876 con il massimo dei voti, distinguendosi in particolare nelle prove orali di matematica, fisica, storia, filosofia e letteratura italiana e latina. Il suo amore per la storia e per le lingue classiche affiora in numerosi scritti e pervaderà i suoi insegnamenti soprattutto negli ultimi anni quando si dedicherà agli studi linguistici e filologici connessi con i progetti di una lingua internazionale ausiliaria.

Nell'autunno del 1876 Peano si iscrive all'Università di Torino nel corso di laurea in Matematica, e ottiene una borsa di studio del Reale Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle Provincie. Fra i suoi maestri compaiono eminenti matematici che, attirati dalla politica illuminata di casa Savoia e di Cavour, si erano trasferiti a Torino negli anni dell'unità d'Italia per cooperare al Risorgimento nazionale e alla ripresa culturale. Sono Angelo Genocchi, Enrico D'Ovidio, Francesco Faà di Bruno e Francesco Siacci ad esercitare su Peano la più forte influenza e ad orientarlo verso le ricerche più avanzate. L'avvocato Angelo Genocchi (1817-1889) era fuggito da Piacenza nell'agosto del 1848, rifiutando di sottomettersi agli austriaci che si erano ripresi la città e a Torino aveva seguito le lezioni di analisi di Giovanni Plana e di Felice Chiò e aveva coltivato gli studi preferiti di teoria dei numeri e di analisi, corrispondendo con insigni matematici europei del calibro di J. Bertrand, E. Catalan, G. Darboux, L. Kronecker, E. Lucas, C. Hermite, H. Schwarz e K. Weierstrass. Raggiunse notorietà all'estero con l'ampia memoria, edita nel 1852 dall'Accademia reale di Bruxelles, sulla teoria dei resti quadratici che fu apprezzata anche dal celebre L. Kronecker. Nel 1857, su invito di Chiò, Genocchi aveva accettato di insegnare Algebra e Geometria complementare ed era passato poi all'Analisi

superiore e al Calcolo infinitesimale, distinguendosi per “il rigore nelle dimostrazioni e la chiarezza di esposizione”, come sottolinea Peano nel 1890 nel suo necrologio, dove qualifica l'amato maestro “uno dei non molti nostri matematici la cui fama varcò i confini d'Italia”. Con l'insegnamento e la ricerca Genocchi contribuisce infatti a creare a Torino una buona scuola di analisi, nella quale dopo il definitivo consolidamento delle teorie di Cauchy e grazie all'acquisizione dei moderni studi di aritmetizzazione dell'analisi ad opera di K. Weierstrass, G. Cantor, E. Heine, R. Dedekind e C. Méray potrà dispiegarsi l'opera creativa di Peano.

Enrico D'Ovidio (1843-1933) era invece giunto a Torino da Napoli nel novembre del 1872, come vincitore della cattedra di Algebra complementare e geometria analitica. Prima del suo arrivo gli studi e le ricerche di geometria, affidati a Giuseppe Bruno, erano rivolti soprattutto alle proprietà delle coniche, delle quadriche e delle superfici rigate dello spazio ordinario. Con D'Ovidio l'interesse si estende alla geometria iperspaziale e alle geometrie non euclidee, secondo i nuovi indirizzi promossi da H. Grassmann, B. Riemann, A. Cayley, F. Klein, R. Clebsch e C. Jordan. Grazie ai suoi insegnamenti di Algebra e di Geometria superiore prenderà l'avvio a Torino la scuola italiana di geometria algebrica, fondata dal suo allievo più illustre Corrado Segre (1863-1924).

Fra i docenti di Peano vi è anche Francesco Faà di Bruno (1825-1888) che, laureatosi alla Sorbona di Parigi nel 1854, sotto la guida del celebre matematico francese Augustin-Louis Cauchy, era animato dal desiderio di creare in Italia una tradizione di studi algebrici e analitici in grado di competere con le sedi europee della ricerca avanzata. Per questo si dedicava con cura alle lezioni di Analisi superiore e alla stesura di trattati espositivi delle teorie più moderne, come quella sulle forme binarie e sulla teoria dell'eliminazione, e negli ultimi anni preparò un'opera sulla teoria delle funzioni di variabili complesse, sulla teoria delle funzioni ellittiche e sulle sue applicazioni, di cui uscirono a stampa solo alcuni capitoli. Elogiato per la semplicità e chiarezza dell'esposizione e apprezzato per i contributi originali dai massimi esperti, come P. Gordan, D. Hilbert e J. J. Sylvester che lo definì un “pregevole *thesaurus*”, il suo trattato *Théorie des formes binaires* del 1876 sarà tradotto in tedesco da Theodor Walter e pubblicato nel 1881 con note e aggiunte dell'illustre matematico Max Noether.

Anche il romano Francesco Siacci (1839-1907) si era trasferito a Torino per motivi patriottici, iniziando nel 1861 la carriera militare, dapprima come allievo della Scuola di applicazione di artiglieria e genio, poi come ufficiale di artiglieria. Dal 1873 al 1892 insegna all'Università Meccanica celeste, Meccanica superiore e infine Meccanica razionale, e nei suoi corsi espone le teorie e i metodi della meccanica, seguendo i migliori trattati tedeschi e francesi. È fra i massimi esperti di balistica, noto a livello internazionale per aver sviluppato un metodo di calcolo per la compilazione delle tavole di tiro. Il suo trattato *Balistica*, che esce a Torino in seconda edizione nel 1888 lo rende celebre in tutto il mondo.

A raccogliere i frutti di questi insegnamenti d'avanguardia troviamo soprattutto Peano e Corrado Segre che con le loro Scuole porteranno fra il 1880 e il 1900 la matematica torinese alla ribalta internazionale.

Documenti

Certificato di laurea di Giuseppe Peano, ASUT X D 191, Facoltà di Scienze MFN, Verbali degli Esami di laurea 1880-1882, 16 luglio 1880.

Francesco Faà di Bruno, *Théorie des formes binaires*, Torino, Brero, 1876 - BDM Milano, coll. 15.1876.1, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano, 1880a, *Costruzione dei connessi (1,2) e (2,2)*, 10 Aprile 1881, Presentata da Enrico D'Ovidio nell'adunanza del 18 aprile 1881, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1880-81, 16, 1880, pp. 497-503 - BSM Torino, estratto.

Giuseppe Peano, 1881a, *Un teorema sulle forme multiple*, 27 Novembre 1881, Presentata da Enrico D'Ovidio, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1881-82, 17, 1881, pp. 73-79 - BN Torino, coll. Misc. leg. 51 (6).

Giuseppe Peano, 1882c, *Sulle funzioni interpolari*, Presentata da Francesco Siacci nell'adunanza del 20 Maggio 1883, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1882-83, 18, 1882, pp. 573-580 - BDM Milano, estratto.

Estratto dalla lettera di Hermann A. Schwarz ad Angelo Genocchi, Göttingen 8 juin 1882 - BC Piacenza, ms. LL, c. 2r-v.

Il sera nécessaire de donner cette lettre à la poste a fin que vous receviez une réponse; malheureusement j'ai pu rédiger l'exemple d'un polyèdre dont la surface peut surpasser toute grandeur donnée.

La difficulté que j'ai trouvée pour les polyèdres circonscrits consiste en ce qu'il y a un problème à résoudre pour les surfaces de courbure négative (c'est-à-dire les surfaces convexo-concaves). Convenez tracé sur une telle surface le réseau des courbes asymptotiques. Si l'on construit le plan tangent aux points de ce réseau, le polyèdre circonscrit n'est pas bien défini; car deux de ces plans consécutifs se coupent suivant une tangente de la surface qui passe par les points où ces plans touchent la surface.

J'espère que votre santé se fortifiera en peu de temps. J'ai reçu les traités de M. Peano mais il n'est m'a pas été possible de les lire jusqu'à présent. Je lirai les épreuves très-volontiers.

H. A. Schwarz, *Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe* - BC Piacenza, ms. LL, cc. 1r-2r.

Giuseppe Peano ad Angelo Genocchi, Torino 7 ottobre 1882, edita in Borgato 1991, p. 85-86 - BC Piacenza, ms. G2, cc. 1r-2r

Chiarissimo signor professore,

Cercando rendere rigorosa la dimostrazione che le accennai a proposito della continuità della derivata, sono arrivato ai seguenti risultati, che mi prendo la libertà di esporre:

1° Se $f(x)$ è una funzione finita in un dato intervallo, avente sempre derivata $f'(x)$ determinata e finita per tutti i valori di x nello stesso intervallo, e se inoltre fissata una quantità piccola quanto si vuole α , se ne può fissare un'altra ε , tale che per tutti i valori di $h \leq \varepsilon$ (intendendo le disuguaglianze fra i valori assoluti delle quantità) sia sempre

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} - f'(x) \leq \alpha$$

per ogni valore di x compreso nello stesso intervallo, la derivata $f'(x)$ è funzione continua di x . Infatti essendo x un valore qualunque della variabile, x' un suo valore prossimo, sicché $x' - x < \varepsilon$, sarà, per le ipotesi fatte

$$\begin{aligned} \frac{f(x'+h) - f(x')}{x' - x} - f'(x) &\leq \alpha \\ \frac{f(x) - f(x')}{x - x'} - f'(x') &\leq \alpha \end{aligned}$$

e sottraendo $f'(x) - f'(x') \leq 2\alpha$, c. v. d.

2° Se $f(x)$ ammette derivata in tutto l'intervallo, e se col tendere di x ad a , $f(x)$ tende verso un limite, questo limite vale $f(a)$. Infatti, per una formula applicabile nelle ipotesi fatte:

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a + \vartheta h), \quad 0 < \vartheta < 1$$

e facendo qui tendere h a zero, si ha

$$f'(a) = \lim_{\varepsilon=0} f'(a + \varepsilon).$$

Ma non si potrebbe concludere, dall'esistenza di $f(a)$ che $f(x)$ tenda verso un limite col tendere di x ad a ; perché potrebbe avvenire che col tendere di h verso zero, $a + \vartheta h$ assumesse infiniti valori avvicinandosi ad a , ma con discontinuità in ciascheduno dei quali $f(x)$ assume un valore prossimo quanto si vuole ad $f(a)$, senza nulla sapere del modo di comportarsi della funzione negli altri valori di x .

3° Quindi se $f(x)$ presenta in $x = a$ una discontinuità, occorre che, col tendere di x ad a , $f(x)$ non tenda verso alcun limite. Un esempio di questo caso sarebbe la funzione

$$f(x) = x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x},$$

continua dappertutto, quando si assuma $f(0) = 0$, ed avente derivata dappertutto, la quale, per $x = 0$ è nulla, e per x diverso da zero è $f'(x) = 2x \operatorname{sen} \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$.

Questa derivata, col tendere di x a zero, non tende verso alcun limite determinato. Questo esempio si trova nel Dini "Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali" N. 78.

Mi creda, egregio signor professore, suo devotissimo allievo G. Peano

Sotto la guida di questi appassionati maestri, Peano completa la sua formazione universitaria e si laurea con il massimo dei voti a soli 22 anni, il 16 luglio 1880, discutendo la dissertazione di Geometria superiore *Sul connesso di secondo ordine e di seconda classe*. Alcuni mesi dopo Enrico D'Ovidio presenta all'Accademia delle Scienze di Torino tre note del giovane, frutto delle ricerche scaturite dalla tesi e dagli studi sulla teoria delle forme, condotti mentre era suo assistente sul corso di Algebra e geometria analitica nel 1880/81. Dall'anno accademico successivo Peano è assistente di Angelo Genocchi che insegna Calcolo differenziale ed integrale e i suoi primi articoli nel campo dell'analisi, apparsi negli Atti dell'Accademia, su presentazione del socio Francesco Siacchi, svelano le sue reali attitudini e gli permettono di ottenere nella primavera del 1884 la libera docenza in Calcolo infinitesimale.

Nel giugno del 1883 il direttore Lerda della casa editrice Bocca, desiderando inaugurare la collana Biblioteca Matematica con la pubblicazione del corso di Genocchi, si rivolge a Peano, sollecitandolo ad agire come intermediario. L'autorizzazione a pubblicare le sue lezioni è prontamente accordata e il giovane assistente si dedica alla stesura del trattato, concludendola nel settembre del 1884. È proprio nel rielaborare l'insegnamento del maestro, che Peano si rivela un acuto e profondo interprete di quell'esigenza di rigore che caratterizza i migliori cultori di analisi della seconda metà dell'Ottocento e inizia il percorso che lo condurrà presto alla notorietà internazionale. Il trattato *Calcolo differenziale, e principii di calcolo integrale, pubblicato con aggiunte dal Dr. Giuseppe Peano*, che esce a Torino nell'autunno del 1884, nonostante sia scritto in italiano, è infatti giudicato da Paul Mansion, sulla rivista belga *Mathesis*, "un'opera eccellente, essendo qui esposti i principi dell'analisi infinitesimale con un rigore e una chiarezza rimarcabili" (*Mathesis*, 5, 1885, p. 11). Inoltre, nella prestigiosa *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, Alfred Pringsheim e Aurel Voss lo annoverano fra i più importanti testi di analisi dell'epoca e ne elencano i risultati di maggior rilievo, per cui non stupisce che sia pubblicato a Lipsia in versione tedesca, a cura di Georg Bohlmann e Adolf Schepp, con prefazione di Adolf Mayer, nel 1899, e in lingua russa a Kiev e a S. Pietroburgo nel 1903 e nel 1922.

Il volume del 1884, oggi noto in letteratura come il *Genocchi-Peano*, è all'origine di una breve e sofferta incomprensione fra maestro ed allievo. Tormentato dalla progressiva cecità e costretto a diradare la sua attività scientifica e didattica, Genocchi si era infatti

mantenuto del tutto estraneo al lavoro di revisione e stesura del trattato, lasciando cadere inascoltati gli inviti dell'amico Placido Tardy, che lo pregava di non far mancare a Peano aiuto e consigli. L'11 novembre 1883, quando alcuni fascicoli dell'opera erano già dati alle stampe e suscitavano apprezzamenti e consensi da parte di colleghi come Felice Casorati, egli confessava a Tardy:

“Il mio assistente D^r Peano indotto dal Libraio Bocca si è messo a far stampare un Corso di calcolo differenziale e integrale ch'egli stesso viene compilando sulla traccia delle mie lezioni orali degli anni scorsi. Egli mi aveva pregato di rivedere il manoscritto o almeno le bozze di stampa ma io non ho voluto saperne temendo di avermi troppo a seccare, e così la compilazione rimane tutta sua e sotto la sua responsabilità.”

Per questo, a pubblicazione avvenuta, Genocchi non può che constatare, con un certo disappunto, che il testo dato alle stampe è sensibilmente diverso da quello delle sue *Lezioni* orali, all'epoca diffuse tramite migliaia di *Sunti* manoscritti, litografati dagli studenti e sfoga perciò la sua amarezza con P. Agnelli, C. Hermite e P. Tardy, cui manifesta l'intenzione di disconoscere la paternità dell'opera e di sconfessare pubblicamente Peano (Genocchi a Tardy, 25 ottobre 1884):

“è strano che mentre il Peano mi aveva chiesto il permesso di pubblicare le mie lezioni, si sono poi fatte senza mia saputa non poche aggiunte e variazioni che non si sa dove comincino e dove finiscano, e inoltre molte annotazioni critiche delle quali non ho avuta conoscenza prima della pubblicazione e dopo ciò si è messo il mio nome in capo ad un frontespizio spropositato! Io avea dimandato che il mio nome fosse tolto dal frontespizio ma non potei ottenerlo, e mi limiterò a pubblicare una protesta ...”

Genocchi esprime dunque il suo risentimento pubblicando alcune secche dichiarazioni di estraneità, apparse su riviste estere e italiane, come la *Mathesis* in Belgio, i *Nouvelles Annales* in Francia e in Italia gli *Annali* di F. Brioschi:

“Il D^r Peano si è proposto di pubblicare il mio corso universitario di calcolo infinitesimale, e recentemente ha fatto stampare un volume che porta il mio nome e il titolo Calcolo differenziale e principii di Calcolo integrale. Ma egli dichiara nella Prefazione che ha introdotto molte aggiunte e modifiche al corso da me tenuto. Dal momento che queste aggiunte sono state fatte a mia insaputa e non sono stabilite in modo preciso, io non posso accettarne la responsabilità, e mi protesto, poiché è la verità, essere del tutto estraneo alla redazione e alla pubblicazione dell'opera di cui si tratta.” (*Mathesis*, 4, 1884, pp. 224-225)

Nel frattempo, nel novembre del 1884, essendogli giunti da più parti giudizi elogiativi del *Genocchi-Peano*, egli rivede radicalmente la sua opinione sulla condotta dell'assistente, cui finisce per ascrivere solo una colpa di “imprudenza”, tipicamente giovanile e scrive ad esempio a Tardy, il 25 novembre 1884:

“Il Peano ... in sostanza non è un cattivo giovine e non ha agito con cattiva intenzione. È stato imprudente facendo al mio corso aggiunte che io non avea previamente approvate né conosciute, ma solo mosso dal pensiero di accrescere il merito del suo libro il che per suo giudizio doveva piacere anche a me. ... Del resto sento che molti trovano l'opera eccellente.”

Le obiezioni di Genocchi, di carattere strettamente deontologico, investono i temi della responsabilità e della collaborazione scientifica e saranno convalidate da Peano sulla stessa rivista *Mathesis* e nella prefazione al successivo trattato del 1887, *Applicazioni geometriche*, dove egli segnala entità e estensione di tutte le aggiunte apportate, accollandosene l'intera responsabilità. Come del resto aveva affermato all'esordio del *Genocchi-Peano*, desiderando colmare la distanza naturale che intercorre fra un testo edito e la trascrizione delle lezioni a cura degli studenti, Peano aveva avvertito l'esigenza di apportare aggiunte e modifiche e per redigerle aveva confrontato i contenuti dell'insegnamento di Genocchi con quelli inseriti nei principali testi di analisi, in uso in Italia e all'estero, e li aveva ampliati con il frutto di sue personali ricerche. Un lavoro di studio critico, che da un lato aveva condotto ad evidenziare imprecisioni ed errori, dall'altro era confluito nella redazione di un apparato di note storico-bibliografiche. Il suo intervento, volto a precisare un contenuto matematico, o a inquadrare storicamente un risultato o una teoria, era evidenziato nella stampa con caratteri più minuti, rispetto al testo delle lezioni del professore, e le celebri *Annotazioni* di Peano, poste in apertura al volume o a piè di pagina, erano contrassegnate con la sua sigla.

In effetti, a farne un'opera peculiare nella letteratura matematica del tempo sono soprattutto i contributi del giovane assistente, fra cui i "controesempi", così semplici e ben scelti, che seppe escogitare per mostrare la fallacia di risultati accolti fino ad allora senza riserve nei migliori testi di analisi. Fra le "aggiunte" segnalate da più parti per la loro rilevanza compaiono i teoremi e le osservazioni sui limiti di espressioni indeterminate, la generalizzazione alle funzioni di più variabili di un teorema di Weierstrass sui massimi e minimi, l'esempio di una funzione di due variabili, continua su ogni retta del piano, ma non continua in tutto il piano, il teorema sulla continuità uniforme delle funzioni di più variabili, la generalizzazione del teorema del valor medio, le proprietà di esistenza e derivabilità delle funzioni implicite, le condizioni per lo sviluppo di una funzione di più variabili in serie di Taylor, l'integrazione delle funzioni razionali quando non si conoscono le radici del denominatore, l'espressione analitica della funzione di Dirichlet e la definizione di integrale definito come estremo superiore e inferiore di somme finite. Accanto a questi risultati spiccano i paragrafi sull'assiomatica dei numeri reali, sul limite superiore ed inferiore e sulla continuità e la convergenza uniforme, che sono il frutto della lettura critica di numerosi testi e rappresentano l'innesto sulle *Lezioni* di Genocchi, che erano modellate sul *Cours d'Analyse* di Cauchy, dei contributi della scuola tedesca ai fondamenti della matematica, desunti dai lavori di Georg Cantor, Richard Dedekind, Karl Weierstrass, Hermann Schwarz, Edouard Heine e Paul Du Bois-Reymond.

Nel 1899 Adolph Mayer, elencando i pregi dell'opera nella prefazione all'edizione in tedesco, dichiarava che può servire "come modello di esposizione precisa e di impeccabile modo di ragionare" e sottolinea che il suo "favorevole influsso è riconoscibile in quasi tutti i più grandi trattati di calcolo differenziale e integrale" editi da allora in poi, e che mediante la segnalazione, nelle aggiunte preliminari di Peano, di "vecchi e inveterati errori, essa diede lo stimolo a un nuovo e fecondo sviluppo" dell'analisi. Fra le tante

direzioni aperte, l'americano Harris Hancock così riconoscerà nel 1917 quelle sulla teoria dei massimi e minimi delle funzioni di più variabili:

“L'importante obiezione contenuta in questo libro mostra in modo ineludibile che l'intera teoria precedente dei massimi e minimi aveva bisogno di un profondo rinnovamento e il trattato principale di Peano è la fonte originale dei meravigliosi e fondamentali lavori di Scheffers, Stolz, Victor v. Dantscher, ed altri, che hanno sviluppato nuove e potenti teorie per i valori estremali delle funzioni.”

Su alcune delle osservazioni critiche ai celebri trattati di Joseph A. Serret, Camille Jordan, Jules Hoüel, Charles Hermite, Hermann Laurent, Joseph Bertrand, Isaac Todhunter, Peano pubblica anche brevi interventi su importanti riviste internazionali, che gli aprono le porte a dibattiti e carteggi con i più illustri matematici e i redattori dei periodici. Il celebre Camille Jordan, ad esempio, nel 1884 accoglie senza riserve la critica esposta da Peano ad un suo teorema e gli chiede ragguagli sulla dimostrazione della formula degli incrementi finiti, che poi inserirà nella seconda edizione del suo *Cours d'analyse*, secondo le indicazioni trasmessegli privatamente dal matematico piemontese. In altri casi Peano deve controbattere con precisione le obiezioni mosse da chi, come Philippe Gilbert, vuol prendere le difese di autori famosi e anche in queste circostanze mostra la profondità delle sue riflessioni e la perfetta conoscenza delle dimostrazioni corrette dei principali testi del passato o contemporanei, che egli non manca di menzionare.

Nel frattempo, animato da sentimenti filantropici e intenti culturali, sulla scia degli intellettuali impegnati nelle lotte risorgimentali, nel dicembre del 1885 Peano entra nella loggia massonica Dante Alighieri di Torino, facente capo al socialista Giovanni Lerda. Nel luglio del 1887 si sposa con Carola Crosio, la figlia minore del pittore di maniera Luigi Crosio, con cui trascorrerà serenamente tutta la vita.

Documenti

Regia Università degli Studi di Torino - Facoltà di [Matematica] - Registro delle Lezioni di Calcolo Infinitesimale dettate dal Sig. Prof. Genocchi e Assistente Peano nell'anno scolastico 1885-1886 - BC Piacenza, ms. SS.

Giuseppe Peano ad Angelo Genocchi, Torino 7 giugno 1883, edita in Borgato 1991, p. 87 - BC Piacenza, ms. G2, c. 1r-v.

Stimatissimo signor professore,

fui giorni fa alla libreria Bocca, dove il direttore, che credo si chiami Lerda, mi manifestò gran desiderio di pubblicare in queste vacanze parte d'un trattato di calcolo, o scritto da lei, o fatto secondo i suoi metodi; né occorre ch'io aggiunga il vantaggio di tale opera. Le sarei quindi assai grato se Ella avesse la bontà di dirmi se sia possibile in qualche modo concretare la cosa, cioè, qualora Ella non creda di pubblicare il trattato, se sarebbe possibile che lo scrivessi io stesso, dietro i suoi insegnamenti e, ciò supposto, se Ella avrebbe la bontà di esaminare i miei scritti prima della pubblicazione, oppure favorirmi

de' suoi preziosi suggerimenti, e vedere le bozze ed i fascicoli man mano che si stampano; ovvero, nell'ultima ipotesi, se non le riuscirebbe sgradito ch'io pubblichi senz'altro il trattato, dicendolo *compilato sulle sue lezioni*, o almeno, ch'io citi il suo nome nella prefazione, perché gran parte dei ragionamenti sarebbero suoi, avendoli io appresi da Lei.

Mi permetta, chiarissimo Professore, di significarle ch'io nulla tralascierei perché ogni cosa riesca bene, e mi creda suo devotissimo allievo G. Peano

Giuseppe Peano ad Angelo Genocchi, Torino 4 ottobre 1884 - BC Piacenza, ms. G2, c. 1r.
Chiarissimo signor professore,

mi faccio premura comunicarle la lettera che ricevo in questo momento dall'Harnack. Da essa rileverà che nessuna delle osservazioni ch'io ha fatta al Serret fu trovata falsa; e che alcune non erano ancora state osservate. Riguardo a quello che dice l'Harnack, sui massimi e minimi, è un equivoco che esso prende, perché non ha lette le definizioni di forma definita ed indefinita ch'io ho date al N. 130. Il suo esempio appartiene alla categoria 3^a delle forme. Non ho potuto capire il teorema qui enunciato. Le unisco anche una lettera di Pasch, benché non contenga nulla di interessante. Suo devotissimo discepolo G. Peano

Estratto dalla lettera di Placido Tardy ad Angelo Genocchi, S. Marcello Pistoiese 11 ottobre 1883 - BC Piacenza, ms. EE, c. 2v.

Il Peano ha stampato un 2do volume, ma io non l'ho avuto. Mi aveva mandato il primo. Pubblicherà l'altra parte del corso? Addio carissimo amico. Vogliatemi sempre bene e credetemi invariabilmente V. aff. P. Tardy

Angelo Genocchi a Placido Tardy, Torino 11 novembre 1883, edita in Luciano 2007, p. 226 - BU Genova, busta 12/83, c. 1r.

Il mio assistente D^r Peano indotto dal Libraio Bocca si è messo a far stampare un Corso di calcolo differenziale e integrale ch'egli stesso viene compilando sulla traccia delle mie lezioni orali degli anni scorsi. Egli mi aveva pregato di rivedere il manoscritto o almeno le bozze di stampa ma io non ho voluto saperne temendo di avermi troppo a seccare, e così la compilazione rimane tutta sua e sotto la sua responsabilità.

Placido Tardy ad Angelo Genocchi, Genova 13 novembre 1883, edita in Cassina 1952, p. 346 - BC Piacenza, ms. EE, c. 2v.

Mi avevano parlato del corso di Calcolo che, seguendo le vostre lezioni, il Peano si proponeva pubblicare, ed aveva supposto che fosse riveduto da voi. Ora sento che non ve ne volete occupare, ma son persuaso che non gli farete mancare i vostri consigli, ed io spero veder l'opera appena pubblicata.

Placido Tardy ad Angelo Genocchi, Genova 1 marzo 1884 - BC Piacenza, ms. EE, c. 2r.

Il Peano ha cominciato a stampare le lezioni di Calcolo? Vidi di lui una rettificazione al

Jordan, che fu trovata giusta dall'autore. In quanto alla formula

$$f(x+h) - f(x) = hf'(x + \vartheta h)$$

anch'io sono poco persuaso che non sia necessaria la continuità delle derivata.

Angelo Genocchi a Placido Tardy, Torino 11 marzo 1884, edita in Luciano 2007, p. 255-257 - BU Genova, Cassetta Loria, busta 12/86, cc. 1r-2r.

Carissimo Tardy,

Domenica scorsa (9 Marzo) la nostra Accademia tenne adunanza a classi unite per festeggiare il centenario della sua fondazione. Lesse il Presidente Fabretti un bel discorso sulle vicende del nostro sodalizio, e il Tesoriere Barone Manno un ragguaglio di documenti manoscritti che si trovavano nei vecchi scaffali dell'Accademia. Poi fu distribuito agli Accademici un grosso volume che già vi annunziai e che contiene le mie Note biografiche intorno a Luigi Lagrange. Credo che questo volume si mandi a tutti i Corrispondenti dell'Accademia e quindi lo avrete ricevuto o lo riceverete anche voi; ma ignoro che si siano destinati esemplari a parte del mio articolo, e non ho osato di chiedere se si diano o non si diano, ma il mio articolo era già stampato da più d'un anno, cosicché a quest'ora non devo più aspettarne esemplari a parte. In pochi giorni sarà pure pubblicato il primo fascicolo degli Atti della stessa Accademia pel nuovo anno 1883-84.

Il Peano ha pubblicata la seconda dispensa delle lezioni di calcolo che va incirca fino alla pag. 150. Egli ha scritto al Jordan comunicandogli una dimostrazione che non abbisogna della continuità della derivata e che è la stessa data da me nel mio Corso orale, ovvero con poche modificazioni quella che è riferita dal Serret nel suo Trattato e da lui attribuita ad Ossian Bonnet. Nei *Comptes rendus* ho stampato un sunto d'alcune mie vecchie ricerche intorno all'esistenza di certi numeri primi. Me ne diede occasione l'annuncio di ricerche analoghe d'un M. Lefébure che prima aveva preteso di poter dimostrare il teorema del Fermat ($x^n + y^n = z^n$ impossibile per $n > 2$) e anzi (se non erro) è uno dei due concorrenti pel premio stabilito sopra tale questione dall'Accademia di Brusselle, premio che non fu assegnato ad alcuno. La questione della tautocrona fu trattata di nuovo dal prof. Formenti nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo ove chiamò l'attenzione a studi del Lagrange di cui non avevano fatto cenno né il Bertrand né il Brioschi ma ch'io aveva notati da molti anni proponendomi di parlarne, e che ho menzionati nelle suddette mie Note biografiche. Leggerò appena potrò la Memoria che m'indicate del Thomé. Il Darboux fu eletto dall'Accademia di Parigi a successore del Puiseaux. Ho salutati per voi gli amici D'Ovidio e Siacci che vi ringraziano e vi rendono il saluto. Scrivetemi subito se non volete dimenticarvene di nuovo, state sano e credetemi

V^{ro} Aff^{mo} Amico A. Genocchi

Placido Tardy ad Angelo Genocchi, Genova, 13 marzo 1884, edita in Luciano 2007, p. 257-258 - BC Piacenza, ms. EE, cc. 1r-2v.

Carissimo Genocchi,

vi scrivo subito due righe, perché domani l'altro parto per Roma. Vado a passare là alcuni

giorni con mio nipote, e più tardi andrò in Toscana da una delle nipoti. Probabilmente farò la Pasqua fuori di Genova, ma non sono ancora del tutto deciso. Una volta, quando non ero solo, faceva dei progetti ben definiti; ora mi lascio guidare un po' dalle circostanze, inoltre più che spesso mi prende la smania di mutare, come se il cambiamento dovesse farmi del bene, o recarmi un conforto. Vi ringrazio della vostra lettera, e del piccolo lunario, e delle notizie che mi date.

Conosceva la dimostrazione di quella formola data dal Bonnet, e riferita dal Serret. Ora non ho il tempo di riguardarla, ma l'impressione che mi è rimasta si è che le condizioni imposte alla derivata ne implicassero la continuità. Aveva pure veduto l'articolo del Formenti, il quale mentre ha delle osservazioni giuste, in qualche punto non mi soddisfa. Ora faccio i preparativi per la partenza, e non ho la quiete per occuparmi d'altro. Ho sviluppato un altro calcolo non fatto dal Thomé, e mi pare di avere anche semplificata la deduzione di una sua formola. Cremona mi ha scritto una riga per dirmi che Hirst è a S. Remo e che forse tra qualche giorno passerà per Genova. Mi rincresce moltissimo di non trovarmi, e perdere così l'occasione di rivedere quell'uomo tanto simpatico. Penso con piacere che più tardi (forse nel Giugno) potrò trovarmi con voi in Torino, se non sorgeranno ostacoli. Addio, carissimo Genocchi, vogliatemi sempre bene, e credetemi V° Aff. P. Tardy

È forse il Bona l'editore del trattato di Calcolo del Peano? Vi do il mio indirizzo di Roma, se mai voleste scrivermi: 133. Via Principe Umberto. Del resto le lettere mandate a Genova mi saranno sempre recapitate.

Angelo Genocchi a Placido Tardy, Torino 10 aprile 1884, edita in Luciano 2007, p. 258-260 - BU Genova, Cassetta Loria, busta 12/87, cc. 1r-2r.

Carissimo Tardy,

Ricevetti a suo tempo la grata vostra del 13 marzo che mi annunciava la vostra partenza per Roma e la probabile vostra dimora fuori di Genova fin dopo Pasqua. Scrivo nondimeno a Genova come mi suggerite poiché non avete potuto assegnar preciso il tempo né il luogo della vostra assenza. Intanto sin dal giorno 11 marzo ho ripreso le mie lezioni all'Università senza troppo incommodo anzi con qualche vantaggio per le distrazioni che mi procurano togliendomi alla noia del vivere solitario. Ne ho fatte undici e spero di continuarle dopo le vacanze pasquali. Sono solito anche di assistere alle adunanze della nostra Accademia delle Scienze. Seppi che il libro del Centenario non si mandava ai Corrispondenti, e a me non furono dati esemplari a parte delle mie Note biografiche intorno al Lagrange; ma il prof. Giuseppe Molinari, Assistente alla Segreteria dell'Accademia, al quale io manifestai il desiderio che uno di quei volumi potesse venirvi mandato, lo comunicò al Presidente prof. Ariod. Fabretti e questi avendone più d'uno ebbe la gentilezza di darne uno al Molinari che s'incaricò di trasmetterlo per la posta sinché già da qualche tempo sarà giunto al vostro domicilio in Genova. Mi avete fatto cenno dei vostri studi per spiegare e semplificare la deduzione d'alcuna formola del Thomé. Non sarebbe utile che li pubblicaste? Il Serret, dopo aver riportato la dimostrazione di Ossian Bonnet per la formola $f(x_0 + h) - f(x_0) = hf'(x_0 + \theta h)$ dice

espressamente ch'essa non suppone la continuità della derivata; la sola condizione espressa è che la derivata abbia un valore *determinato* per ogni valore di x nell'intervallo da x_0 ad $x_0 + h$. Ora una funzione può avere un valor determinato in un intervallo anche lungo senza esser continua e si può immaginare che l'intervallo sia diviso in molte parti, che in ciascuna parte la funzione sia continua e si riduca a qualche funzione nota, e che nel passaggio dall'una all'altra parte prenda per esempio il valore zero. Trovo nel Serret una funzione che rappresento con

$$\frac{2}{\pi} \int_0^x \frac{\sin at \cos xt}{t} dt$$

e che per $x < a$ ha il valore 1, per $x = a$ il valore $\frac{1}{2}$, e per $x > a$ il valore zero: ecco dunque una funzione discontinua che ha sempre un valor determinato. La dimostrazione di Ossian Bonnet a me quando la lessi parve esatta o facilmente riducibile all'esattezza, ed era solito darla in iscuola. Credo anche l'abbia data il Peano nell'anno scorso e in questo. Nelle *Nouvelles Annales*, marzo 1884, pag. 153, la quistione tra Jordan e Peano è stata ripresa dal prof. Ph. Gilbert di Lovanio che sostiene aver ragione il Jordan anche nella parte principale in cui egli aveva confessato d'aver avuto torto, cosa che mi pare alquanto strana. Il Gilbert suppone che Jordan abbia veduto dietro l'obbiezione del Peano qualche difficoltà più sottile; ma una delle due: o questa difficoltà infirmava la dimostrazione del Jordan, e allora questi avrebbe errato nel suo libro, o non la infirmava e Jordan non doveva ritirarsi innanzi ad essa e ammettere d'aver errato. Poi viene la quistione della continuità della derivata, e il Gilbert crede che Jordan l'abbia sollevata *non sans malice* perchè *le théorème est inexact*, ma porta un esempio che non prova nulla. La funzione

che dal valore $\sqrt{2px}$ passa al valore $\sqrt{2p(2a-x)}$ ha una derivata che dal valore $\sqrt{\frac{p}{2x}}$ passa al valore $-\sqrt{\frac{p}{2(2a-x)}}$: quindi al valore $x = a$ della variabile corrispondono due valori $\sqrt{\frac{p}{2a}}$ e $-\sqrt{\frac{p}{2a}}$ di questa derivata, e non si sa a quale dei due valori si debba

dare la preferenza. Non si tratta dunque soltanto d'una derivata discontinua ma di una derivata che non ha un valor determinato per un valor determinato della variabile. Ma come si vede il gesuita che mancando di franchezza non può ammettere che gli altri siano franchi e sinceri! Jordan non sarebbe schietto quando riconosce d'aver errato e nasconderebbe una malizia quando chiede una dimostrazione. Il Peano ha mandata al Jordan la dimostrazione chiestagli, e quegli non ha più replicato onde è probabile che l'abbia trovata esatta. Ma Gilbert pare che voglia per forza farci ricordare d'esser sempre quel clericale che diede le sue dimissioni dall'Accademia di Brusselle perché un Accademico si era burlato della *Balena di Giona*. Avete indovinato. È proprio il Bona l'editore del *Calcolo* di Peano. Una disgrazia che non mi aspettava è accaduta in questo tempo. Il Sella che aveva dieci anni meno di me ci è stato rapito! Ciò mi ha recato molto dolore anche pei servigi e gli atti di benevolenza ch'io ho avuti da lui in ogni tempo. Nella presidenza de' Lincei gli è succeduto il Brioschi. Molti portavano il Cremona e senza

dubbio sono scienziati eminenti l'uno e l'altro. Datemi vostre notizie al più presto, gradite i miei cordiali auguri per le prossime feste, e credetemi sempre V^{ro} Aff^{mo} A. Genocchi Torino (via Rossini N° 14) 10 aprile 1884

P.S. Se non fosse giunto alla sua destinazione in Genova il volume Accademico del centenario, avvertitemi e ne faremo subito ricerca per recuperarlo e mandarvelo.

Estratto dalla lettera di Placido Tardy ad Angelo Genocchi, Firenze 18 aprile 1884 - BC Piacenza, ms. EE, cc. 1v-2v.

Grazie pure di quanto mi scrivete circa la nota formola. Però è sempre qualche dubbio, e mi pare che nella dimostrazione del Bonnet non basta la condizione che *la derivata abbia un valore determinato per ogni valore di x nello intervallo da x_0 ad $x_0 + h$* , e che bisogna aggiungere *sia che si accosti a questo valore da una parte o dall'altra*. Nell'esempio della funzione che voi portate abbiamo tre valori $\varphi(a-h)$, $\varphi(a)$ e $\varphi(a+h)$. E se anche si prendesse una funzione per cui $\varphi(a-h)$ e $\varphi(a+h)$ fossero uguali e $\varphi(a)$ diverso si avrebbero due valori. Erano queste considerazioni che mi facevano dire che implicitamente nella dimostrazione del Bonnet era ammessa la continuità della derivata. Forse, esaminando meglio la cosa, si potrà concludere che basta avere $\varphi(a-h) = \varphi(a+h)$, e che $\varphi(a)$ possa assumere un valore diverso, e quindi essere $\varphi(x)$ discontinua per $x=a$; ma non sono ancora del tutto persuaso. Aspetto vostri chiarimenti. Le osservazioni del Gilbert sono strane davvero, e quando sarò a Genova leggerò il suo articolo nelle Nouvelles Annales. Quelle mie note sul Thomé riguardano sviluppi di calcolo da lui omessi e una semplificazione. Mi sembrano vere inezie qualora guardo ai lavori di analisi che si fanno; forse le metterò insieme e ve le manderò, ma non credo siano da pubblicarsi. Ad ogni modo voi le giudicherete. Appena sarò in Genova mi farò venire i fascicoli già usciti del libro del Peano per leggere il vostro corso di cui è la riproduzione.

Angelo Genocchi a Placido Tardy, Torino 27 aprile 1884, edita in Luciano 2007, p. 261-262 - BU Genova, Cassetta Loria, busta 12/88, c. 1r-v.

Carissimo Tardy,

ho ricevuto la vostra lettera di Firenze 18 Aprile e la vostra cartolina da Genova 24 aprile e vi ringrazio dell'una e dell'altra. Ho sentito con piacere che a Genova avete trovato il volume del primo secolo della nostra Accademia ed io intendeva di far oggi i vostri ringraziamenti al Presidente Fabretti, essendovi adunanza della nostra Classe, ma il Fabretti mancava essendo trattenuto a Roma dal Consiglio Superiore. Fate pure quanto mi accennavate delle vostre note sul Thomé: ne prenderò cognizione e vi dirò il mio parere. Tornando alla questione della continuità della derivata, io citai un esempio preso dal Serret d'una funzione discontinua che ha sempre un valor determinato; e voi rispondeste che quella funzione prende tre valori che non sarebbero meno di due quand'anche la funzione fosse tale da aver uguali i valori estremi. Credo che la vostra osservazione non regga. La funzione $\varphi(x)$ di cui si tratta prende tre valori

$$\varphi(a-h), \varphi(a), \varphi(a+h)$$

quando h sia, se si vuole, infinitesimo *ma diverso da zero*, ma questi tre valori

corrispondono a tre diversi valori di x

$$a-h, a, a+h;$$

e si suppone $h = 0$ si ha un solo valore a di x e un solo valore $f(a)$ della funzione. Trattandosi d'una funzione discontinua non è permesso di sostituire zero ad un valore infinitesimo.

Voi premettete che nella dimostrazione del Bonnet non solo la derivata deve aver un valor determinato per ogni valore di x ma si deve aggiungere che il valor della derivata deve rimanere lo stesso per $x = a$ sia che x si accosti al valore a da una parte sia che vi si accosti dall'altra parte. E anche ciò non mi pare esatto. Supposta la funzione $f(x)$, non è la derivata $f'(x)$ che debba tendere verso lo stesso valore quando x tende verso a da destra o da sinistra, ma è il rapporto

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

che deve tendere allo stesso limite quando h tende verso zero da destra o da sinistra. Questo rapporto ha per limite la derivata ma non è la derivata, e le due cose non si possono confondere senza presupporre la continuità della derivata.

Il Peano ha mandata al Jordan la dimostrazione ch'egli ha dichiarato di aver desiderio di conoscere, e il Jordan gli ha risposto con una lettera gentilissima ringraziandolo e assicurandolo che profitterà delle sue osservazioni nel seguito della sua opera. Vedete che linguaggio diverso da quello del Gilbert.

Qui regna un gran movimento per l'Esposizione [Generale Italiana]. Non ve ne parlo perché dai giornali saprete più di quanto io ve ne potrei dire. State sano e scrivetemi subito V^{ro} Aff^{mo} A. Genocchi

Paul Du Bois-Reymond, *Functionentheorie*, Tübingen, Lauppische, 1882 - BDM Milano, coll. Op A 154/01, 22 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Ulisse Dini, *Teorica delle funzioni*, Pisa, Nistri, 1878 - BDM Milano, coll. 26.1878.4, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Camille Jordan, *Cours d'analyse*, vol. 1, Paris, Gauthier-Villars, 1882 - BDM Milano, coll. 26.1882.02, 21 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Camille Jordan, *Cours d'analyse*, vol. 2, Paris, Gauthier-Villars, 1883 - BDM Milano, coll. 26.1883.01, 21 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

3 I trattati di Analisi e i primi successi internazionali

La fama che Peano si è ormai acquistato all'estero come “maestro del contro-esempio” si consolida con la pubblicazione dei testi di lezioni per l'Università e per l'Accademia militare, dove è docente di Analisi dal 1886 al 1901. Sull'*Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften* sono registrati fra i più autorevoli trattati di calcolo infinitesimale sia il *Genocchi-Peano*, che a cavallo del secolo è tradotto in tedesco e in russo, sia le *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, sia infine le *Lezioni di analisi infinitesimale* per l'Accademia militare, stampate nel 1893.

Caratterizzate dall'estrema attenzione per i temi fondazionali, le *Applicazioni geometriche* si distinguono per l'approccio sintetico e per l'uso del calcolo sui segmenti. Sotto l'influsso di G. Cantor e A. Harnack Peano introduce i concetti di campo di punti, di misura esterna, misura interna e di insieme misurabile. Apprezzato da G. Vivanti e G. Ascoli e criticato da altri per il ricorso al linguaggio sintetico, il trattato riscuote in Francia i lusinghieri giudizi di J. Tannery, C. Jordan e H. Lebesgue, che forniscono estensioni e generalizzazioni di metodi e teoremi. Jordan, ad esempio, riprende nel 1892 le definizioni di lunghezza, di area e di volume di un campo, elaborando la teoria della misura, oggi detta di 'Peano-Jordan'. I contributi sulle funzioni distributive, qui introdotti da Peano e più volte ripresi fino al 1915, sono apprezzati da S. Pincherle e costituiscono un'anticipazione dei risultati di H. Lebesgue.

Nuovi paragrafi dedicati al calcolo delle variazioni, a temi di analisi numerica come le formule di quadratura e i relativi resti, e all'analisi reale in \mathbb{R}^n arricchiscono invece le *Lezioni* del 1893, dove si sfrutta per la prima volta in modo sistematico il simbolismo logico.

A conferire a Peano una posizione di prestigio nella comunità internazionale e a fargli raggiungere il culmine della carriera, con la vincita nel 1890 del concorso a cattedra di Calcolo infinitesimale, e la conferma a professore ordinario nel 1895, sono alcuni fondamentali risultati, apparsi fra il 1885 e il 1897 all'Accademia delle Scienze di Torino e sulle pagine dell'importante rivista tedesca *Mathematische Annalen*, cui Peano ha accesso per l'esplicito invito del celebre matematico di Gottinga, Felix Klein. Si tratta del gruppo di note sulle equazioni differenziali ordinarie, per le quali Peano dovrà rivendicare la priorità dei suoi risultati e dei suoi metodi nei confronti di illustri analisti, come Emile Picard, Cesare Arzelà, Onorato Nicoletti e Oscar Perron, che li trovano in modo indipendente anni dopo.

Il matematico cuneese dimostra nel 1886 in modo semplice il cosiddetto “teorema di Cauchy-Peano” sull'esistenza delle soluzioni di una data equazione differenziale ordinaria e nel 1890 lo estende ai sistemi di tali equazioni, mediante l'utilizzo dei complessi a n unità. Il fatto però che Peano si sia qui servito estesamente del suo simbolismo o ideografia logica, esposta nell'ampia introduzione, ritarda l'apprezzamento della sua celebre nota *Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires* nella comunità matematica e solo in seguito alla sua riesposizione, da parte di Gustav Mie sui *Mathematische Annalen* del 1893, con linguaggio e simboli comuni, i risultati saranno accolti con favore ed estesi nel 1898 dall'americano William F. Osgood, e in Europa da Charles de la Vallée-Poussin e da Cesare Arzelà.

In questi anni Peano si va sempre più convincendo dell'importanza della logica matematica che finirà per occupare gran parte dei suoi interessi futuri, per cui non stupisce che egli colga ogni occasione per ribadire il grande valore. Così ad esempio scrive a Camille Jordan, il 6 novembre 1894, in merito al suo lavoro del 1890:

“È la prima volta che si è applicata la logica matematica all'analisi di una questione di matematiche superiori; e quest'applicazione è, secondo me, la cosa più importante del mio lavoro. Ma i simboli e le operazioni della logica necessitano di tempo per essere appresi e la mia dimostrazione è poco conosciuta. Mie ha pubblicato un articolo esplicativo sui *Mathematische Annalen*, Bd. 43, pag. 553. Ma in seguito sono apparsi molti lavori sullo stesso soggetto, senza aggiungere nulla di nuovo (salvo qualche inesattezza), e senza far menzione del mio lavoro. Ciò mi dispiace, perché credo che la logica matematica apporterà grandi vantaggi nell'analisi delle questioni difficili.”

Negli articoli del 1887 e del 1888 Peano affronta l'integrazione per serie dei sistemi di equazioni differenziali lineari ordinarie con un ingegnoso metodo di approssimazioni successive, da lui detto di “integrazioni successive”, basato sulla nuova teoria delle sostituzioni lineari, che risulterà simile a quello impiegato nel 1891 da Emile Picard e successivamente da Ernst Lindelöf. Un proseguimento di questi studi, con la generalizzazione a sistemi di infinite equazioni differenziali ed equazioni integrali, sarà affidato da Peano come tesi di laurea nel 1909-10 alla studentessa del suo corso di Analisi superiore, Maria Gramegna (1887-1915). Nel 1894 il celebre matematico francese Henri Poincaré aveva studiato con successo alcuni casi particolari di sistemi infiniti. Sotto la guida di Peano, Gramegna riuscirà per prima a fornire un metodo generale per risolvere questi problemi nella nota *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, presentata all'Accademia delle Scienze di Torino nel marzo del 1910. I risultati originali e di assoluta avanguardia, inerenti lo studio di spazi funzionali lineari di dimensione infinita, fatti pubblicare da Peano ben quattro mesi prima della laurea dell'allieva, che sarà purtroppo vittima nel 1915 del terremoto di Avezzano, costituiscono la significativa testimonianza del suo interesse per l'analisi funzionale e rappresentano un precedente importante della moderna applicazione della teoria delle matrici allo studio dei sistemi di equazioni differenziali, che grande sviluppo avrà nel Novecento.

Documenti

Estratto dalla lettera di Angelo Genocchi a Placido Tardy, Torino 25 ottobre 1884, edita in Luciano 2007, p. 228 - BU Genova, Cassetta Loria, busta 12/96, c. 1v.

Si è finito di stampare il volume di Calcolo che pubblicava il Dr Peano mettendovi il mio nome. [...] Ma è strano che mentre il Peano mi aveva chiesto il permesso di pubblicare le mie lezioni, si sono poi fatte senza mia saputa non poche aggiunte e variazioni che non si sa dove comincino e dove finiscano, e inoltre molte annotazioni critiche delle quali non ho avuta conoscenza prima della pubblicazione e dopo ciò si è messo il mio nome in capo ad un frontespizio spropositato! Io avea dimandato che il mio nome fosse tolto dal frontespizio ma non potei ottenerlo, e mi limiterò a pubblicare una protesta

Estratto dalla lettera di Placido Tardy ad Angelo Genocchi, San Marcello (Pistoia) 8 novembre 1884 - BC Piacenza, ms. EE, c. 2r.

Dopo la vostra lettera ho mandato un biglietto da visita per ringraziamento al Peano. Mi sorprende quel che mi dite circa il modo con cui si è condotto con voi, pubblicando le vostre lezioni.

Estratto dalla lettera di Angelo Genocchi a Placido Tardy, Torino 25 novembre 1884, edita in Luciano 2007, p. 229-230 - BU Genova, Cassetta Loria, busta 12/97, c. 1r-v.

Il Peano [...] in sostanza non è un cattivo giovine e non ha agito con cattiva intenzione. È stato imprudente facendo al mio corso aggiunte che io non aveva previamente approvate né conosciute, ma solo mosso dal pensiero di accrescere il merito del suo libro il che per suo giudizio doveva piacere anche a me. Non volle fare una speculazione perché aveva un contratto coi librai Bocca e la somma pattuita non si variava fossero molte o poche le copie vendute. Del resto sento che molti trovano l'opera eccellente.

Angelo Genocchi, *Correspondance*, Mathesis (P. Mansion), 4, 1884, pp. 224-225.

M. le Dr Peano se proposait de publier mon cours universitaire de calcul infinitésimal, et récemment il a ait paraître un volume qui porte mon nom et le titre *Calcolo differenziale e principii di Calcolo integrale*. Mais il déclare, dans la Préface, qu'il a introduit plusieurs additions et modifications au cours donné par moi. Comme ces additions et modifications ont été faites à mon insu et ne sont pas déterminées d'une manière précise, je ne puis en accepter la responsabilité, et proteste, comme c'est la vérité, être complètement étranger à la rédaction et à la publication de l'ouvrage dont il s'agit.

Estratto dalla lettera di Placido Tardy ad Angelo Genocchi, Genova 28 novembre 1884 - BC Piacenza, ms. EE, c. 2v.

Avrei letto volentieri la vostra dichiarazione; ma sono anch'io persuaso che il Peano non ha mai sospettato che avrebbe potuto mancarvi di riguardo.

Angelo Genocchi, *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale pubblicato con aggiunte dal D.^r Giuseppe Peano*, Torino, Bocca, 1884 - BDM Parma, coll. MATH D. Cassina S 3, 25 cm. (*marginalia* autografi di G. Peano).

Giuseppe Peano, 1885a, *Sull'integrabilità delle equazioni differenziali di primo ordine*, Adunanza del 20 Giugno 1886, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1885-86, 21, 1885, pp. 677-685 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1887b, *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, Torino, Bocca, 1887 - BN Torino, coll. Q V 509, 25 cm.

Francisco Gomez Teixeira, *Curso de analyse infinitesimal*, 1° vol., Porto, Occidental, 1889 - BDM Milano, coll. 26.1889.01, 22 cm. (*marginalia* autografi di G. Peano).

Giuseppe Peano, 1893h, *Lezioni di Analisi infinitesimale*, Torino, Candeletti, 1893, 2 voll. - BN Torino, coll. Q.VI.522, 25 cm.

A. Genocchi, G. Peano, 1899t, *Differentialrechnung und Grundzüge der Integralrechnung, herausgegeben von Giuseppe Peano. Autorisierte deutsche Übersetzung von Georg Bohlmann und Adolf Schepp mit einem Vorwort von Adolph Mayer*, Leipzig, Teubner, 1899 - Acc. Sci Torino, coll. Num. 10.601, 23 cm.



A. Genocchi a P. Tardy, 25 ottobre 1884

Oltre che per i brillanti risultati di analisi, sparsi nelle riviste europee, il nome di Peano risuona sulla scena internazionale anche per i preziosi contributi alla geometria, all'aritmetica, alla critica dei fondamenti e alla logica matematica. Il saggio *Calcolo Geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann* del 1888 e gli opuscoli *Arithmetices principia nova methodo exposita* e *I principii di geometria logicamente esposti* del 1889 sono recensiti con favore nelle sedi più prestigiose e sono segnalati da più parti come modelli di rigore e di chiarezza per i fondamenti delle discipline matematiche coinvolte. Pure in questo contesto Peano riesce a cogliere le linee di tendenza della ricerca più avanzata e ad anticipare i moderni metodi assiomatici, per cui non stupisce che i suoi lavori siano tradotti in altre lingue e facciano proseliti in Italia e all'estero.

Attraverso la sua prodigiosa opera semplificatrice i metodi geometrici intuiti da Gottfried Wilhelm Leibniz e proposti da Hermann Grassmann in modo astratto e nebuloso si trasformano in un elegante calcolo geometrico, nel quale si incontra la prima definizione assiomatica di spazi vettoriali, che comprende anche gli spazi di dimensione infinita. L'opera, nella quale Peano dà un'interpretazione geometrica concreta delle forme e delle operazioni dell'*Ausdehnungslehre*, si colloca nel solco degli studi di William Rowan Hamilton sui quaternioni (1844, 1847), di August Ferdinand Möbius sul calcolo baricentrico (1827) e di Giusto Bellavitis sul metodo delle equipollenze (1833) e sarà rielaborata a più riprese.

Il calcolo con i vettori, applicato in modo sistematico alla geometria differenziale e alla meccanica razionale, troverà ampia diffusione e sviluppo nella matematica del Novecento, in gran parte per merito dei suoi allievi Cesare Burali-Forti (1861-1931), Filiberto Castellano (1860-1919), Matteo Bottasso (1878-1918), Tommaso Boggio (1877-1963) e Angelo Pensa (1875-1960) e dei trattati che essi scriveranno in collaborazione con Roberto Marcolongo (1862-1943) e Pietro Burgatti (1868-1938). Dal calcolo geometrico scaturirà anche la teoria delle omografie che sarà applicata soprattutto in fisica matematica da Burali-Forti, Boggio, Bottasso, Burgatti, Marcolongo, Agostinelli ed altri, talvolta con esiti discutibili, come nel caso della critica di Burali-Forti e Boggio alla relatività di Einstein.

Nell'opuscolo *I Principii di geometria logicamente esposti* Peano affronta il problema dei fondamenti della geometria di posizione e della geometria metrica, partendo dai contributi di Moritz Pasch che egli semplifica, riducendo a tre sole le idee primitive:

‘punto’, ‘segmento’ e ‘moto’, che in seguito muterà sostituendo all’idea di moto quella di ‘distanza di due punti’, o di ‘angolo retto’. I suoi *Principii* anticipano di una decina d’anni il moderno metodo assiomatico, di solito attribuito all’opera magistrale di David Hilbert, *Grundlagen der Geometrie* del 1899.

Al di là dei nuovi e importanti concetti introdotti nei saggi geometrici, si vede emergere il ruolo cruciale che Peano va sempre più assegnando alla logica matematica: quello di riuscire ad esprimere in forma simbolica, per via assiomatica, le teorie matematiche classiche.

Sul terreno della ricerca in geometria scoppiano nel 1891, sulle pagine della *Rivista di Matematica* di Peano, due accese e ben note polemiche con Corrado Segre e con Giuseppe Veronese, che vedono contrapporsi intuizione e rigore.

I risultati di Peano nel campo della geometria destano l’interesse di Mario Pieri (1860-1913) che dalla collaborazione con Segre passa ai metodi logico-matematici e redige profonde ed originali note e memorie sui fondamenti della geometria, che fanno dire a B. Russell nel 1903: “In ciò che segue, sono debitore principalmente a Pieri, *I principii della geometria di posizione*, che è la migliore opera sul tema qui considerato.”

Per il ruolo giocato in Italia nella diffusione dell’analisi vettoriale Peano è eletto nel 1901 segretario nazionale dell’Associazione internazionale per lo sviluppo degli studi sui quaternioni e sui sistemi matematici connessi. Dalla sua Scuola inoltre usciranno molti libri di testo di geometria per l’insegnamento secondario, che seguono i suoi consigli e le sue indicazioni.

Documenti

Hermann Grassmann, *Die Ausdehnungslehre von 1844, oder die lineale Ausdehnungslehre: ein neuer Zweig der Mathematik*, Leipzig, Wigand, 1878 - BDM Milano, coll. Op III 059, 22 cm.

William R. Hamilton, *Elemente der Quaternionen*, 1° vol., Leipzig, Barth, 1882 - BDM Milano, coll. 15.1882.01, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano, 1888a*, *Calcolo geometrico secondo l’Ausdehnungslehre di H. Grassmann preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, Torino, Bocca, 1888 - BDM Milano, coll. 50.1888.7, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano, 1889d, *I principii di geometria logicamente esposti*, Torino, Bocca, 1889, 40 p. - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1894c, *Sui fondamenti della Geometria*, RdM, 4, 1894, pp. 51-90 - BN Torino, coll. 51-31.

Giuseppe Peano, *Trasformazioni lineari dei vettori di un piano*, ms. Acc. Sci. Torino,

1896, Nr. 145, fasc. 74 A XXXI, 157 - edito in 1895q, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1895-96, 31, pp. 157-166.

Giuseppe Peano, *Saggio di calcolo geometrico*, ms. Acc. Sci. Torino, 1896, Nr. 145, fasc. 75 A XXXI, 952 - edito in 1896d, *Saggio di calcolo geometrico*, 21 Giugno 1896, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 31, 1895-96, pp. 952-975 - traduzioni in 1897t, *Zarys Rachunku geometrycznego*, autora Samuel Dickstein, Warszawa, Wydawnictwo Redakcyi Prae matematyczno-fizycznych, 1897, 32 p. - Acc. Sci Torino, coll. Misc. B. 531 (17); 1897u, *Entwicklung der Grundbegriffe des geometrischen Calculs*, autorisierte deutsche Übersetzung von Dr. Alois Lanner. Aus dem Schulprogramm des k.-k. Staatsgymnasium 1897/98, Salzburg, Act.-Ges. Zaunritzsche Buchdruckerei, 24 p. - Acc. Sci Torino, coll. Misc.C.76(23).

Giuseppe Peano, 1898c, *Analisi della teoria dei vettori*, Adunanza del 13 Marzo 1898, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 33, 1898, pp. 513-534 - Acc. Sci Torino, Misc.B.535(12).

Giuseppe Peano, *La geometria basata sulle idee di punto e distanza*, ms. Acc. Sci. Torino, 1903, Nr. 147, fasc. 40 A XXXVIII, 6 - edito in 1903a, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 38, 1902-03, pp. 6-10.

Giuseppe Peano, Enrico D'Ovidio, Corrado Segre, *Relazione sulla memoria di M. Pieri 'I principii della geometria di posizione composti in sistema logico-deduttivo'*, ms. Acc. Sci. Torino, 1898, Nr. 146 fasc. 35 A XXXIII, 148 - edita in 1897d, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1897-98, 33, 1897, pp. 148-150.

Mario Pieri, *Sui principii che reggono la geometria di posizione. Nota 2° e 3°*, ms. Acc. Sci. Torino, 1896, Nr. 145, fasc. 77 A XXXI, 381, 457 - edite in Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 31, 1896, pp. 381-399; 457-470.



Mario Pieri, 1860-1913

Ma. n. b. 4.

ARITHMETICES PRINCIPIA

NOVA METHODO EXPOSITA

A

IOSEPH PEANO

in R. Academia militari professore

Analysis infinitorum in R. Taurinensi Athenaeo docente.



AUGUSTAE TAURINORUM
EDIDERUNT FRATRES BOCCA

REGIS BIBLIOPOLAE

ROMAE
Via del Corso, 216-217,

FLORENTIAE
Via Garretani, 8.

1889

G. Peano, Arithmetices Principia nova methodo exposita, Torino, Bocca 1889

L'opuscolo in latino classico *Arithmetices Principia nova methodo exposita*, pubblicato all'inizio del 1889 è senza dubbio la più famosa fra le opere di Peano, sia perché contiene i suoi celebri assiomi per i numeri naturali, sia perché egli utilizza per la prima volta il suo simbolismo logico per delineare i fondamenti dell'aritmetica.

I suoi contributi si affiancano a quelli di Richard Dedekind, Charles Méray e Georg Cantor sulla costruzione dei numeri reali e, per l'assiomatizzazione dell'aritmetica, a quelli di H. Grassmann, R. Dedekind e G. Frege, con i quali, nel corso del tempo, egli confronterà criticamente le sue posizioni.

Traendo ispirazione dai lavori di G. Boole, E. Schröder, C. S. Peirce e W. S. Jevons sull'algebra della logica, Peano presenta, in una apposita Tavola degli *Arithmetices Principia*, i tre gruppi di segni che userà: quelli di pertinenza della logica, quelli specifici dell'aritmetica e quelli composti.

Dopo aver assunto i concetti primitivi, egli enuncia i postulati dell'aritmetica, da cui deduce l'intera teoria che, per la sua eleganza e semplicità, riscuote successo ed è ancora odiernamente indicata con l'acronimo 'PA', cioè 'Aritmetica di Peano'.

Il matematico piemontese torna ad occuparsi di questioni fondazionali nel 1891 sulla sua *Rivista di Matematica*, con il saggio *Sul concetto di numero*, nel quale definisce geneticamente le varie specie di numeri: negativi, interi, razionali e reali, oltre a riprendere con alcune modifiche i suoi assiomi. Nel corso degli anni essi sono infatti perfezionati, anche grazie alla collaborazione con il suo allievo Alessandro Padoa (1868-1937), e giungono alla loro formulazione definitiva nel 1901, nella terza edizione del *Formulario*. I concetti primitivi sono qui quelli di 'zero', 'numero' e 'successore' e i postulati sono enunciati nella forma:

0. i numeri formano una classe

1. lo zero è un numero

2. il successore di un numero è un numero

3. due numeri con successori uguali sono uguali

4. lo zero non è il successore di alcun numero

5. ogni classe che contenga zero e il successore di ogni suo elemento, contiene tutti i numeri (noto universalmente come 'principio di induzione completa').

La costruzione di Peano si affianca a quelle di Gottlob Frege nei *Grundgesetze der Arithmetik* (1893) e di Richard Dedekind nel libro *Was sind und was sollen die Zahlen*. I

caratteri di rigore, di chiarezza e di semplicità di quest'assiomatizzazione ne sanciranno il successo, nonostante le critiche che ad essa saranno mosse da Bertrand Russell, Karl Grandjot ed altri.

Oggetto di successivi perfezionamenti e rimaneggiamenti, i postulati sono ripresi da Peano nel saggio *Sul concetto di numero* del 1891, ricco di riflessioni metodologiche sui problemi della definibilità in aritmetica, sulla coerenza (dichiarando espressamente le ragioni per cui non ritiene opportuno affrontare la questione), sull'indipendenza e sulla categoricità degli assiomi. In questa sede, oltre a confrontare la sua teoria con quella di Dedekind, Peano dimostra l'indipendenza dei cinque postulati per l'aritmetica e accenna per la prima volta al progetto di una *Raccolta di Formule* matematiche scritte in linguaggio logico-ideografico, concretizzato di lì a poco nell'impresa collettiva del *Formulaire de Mathématiques*.

Convinto dell'importanza di riversare le ricerche sui fondamenti nella pratica di insegnamento universitario e secondario, Peano redige inoltre una caleidoscopica serie di articoli sul tema delle definizioni, interventi su problemi numerici, recensioni di testi e note storiche che rivelano la sua passione per l'aritmetica e la teoria dei numeri. Il manuale per gli insegnanti *Aritmetica generale e Algebra elementare* del 1902, in cui fornisce un'esposizione elementare della teoria assiomatica di queste discipline, desunta dal *Formulario*, avvalorata la sua persuasione che sia nel campo didattico che la logica manifesta 'la sua fulgida semplicità'.

Nella conferenza del 1924 *Sui libri di testo di aritmetica*, a ridosso della relazione ministeriale di Giuseppe Lombardo Radice e Michele Cipolla, Peano stigmatizza i difetti di molti manuali scolastici, in cui le definizioni sono date in modo dogmatico e catechistico e contengono spesso ridondanze e circoli viziosi. Proprio per ovviare a queste carenze nell'editoria italiana, esponenti della sua Scuola, come Cesare Burali-Forti, Angelo Ramorino, Marco Nassò, Sebastiano Catania, Corrado Ciamberlini e Alpinolo Natucci, curano testi di aritmetica 'razionali' e 'pratici', improntati all'utilizzo della logica simbolica, in cui si tiene anche conto delle più recenti conquiste della critica fondazionale.

Documenti

Giuseppe Peano, 1889a*, *Arithmetices principia, nova methodo exposita*, Augustae Taurinorum, Bocca, 1889 - BDM Milano, *Opere di Peano con annotaz. dell'autore legate in un solo volume*, 1889-1901, coll. Op I 46, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano, 1891i, *Sul concetto di numero. Nota I*, R.d.M., 1, 1891, pp. 87-102 - BN Torino, coll. 51-31.

Giuseppe Peano, 1891o, *Sul concetto di numero. Nota II*, R.d.M., 1, 1891, pp. 256-267 - BN Torino, coll. 51-31.

Giuseppe Peano, 1898e, *Formulaire de mathématiques*, t. II, § 2 [Aritmetica], 9 agosto 1898, Turin, Bocca - Ch. Clausen, 1898, VIII+60 p. - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1902b*, *Aritmetica generale e algebra elementare*, Torino, Paravia, 1902 - BDM Milano, coll. IV.114, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Gottlob Frege, *Grundgesetze der Arithmetik*, II Band, Jena, Hermann Pohle, 1903 - BDM Milano, coll. 03.1903.02, 26 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano ad Alpinolo Natucci, Torino 29 maggio 1920 - DG Pisa, Fondo Natucci, c.p.

Caro Collega

Ho ricevuto da qualche tempo il suo libro *Aritmetica Pratica*, e mi compiaccio della bella e buona opera da lei fatta, che costituisce un grande progresso sulle aritmetiche ordinarie; cosa che Ella ottenne come conseguenza dei suoi profondi studi sui fondamenti della matematica. Una *Teoria semplice dei logaritmi* fu pubblicata dalla prof. Frisone, Atti Accademia Torino, 13/V/1917: credo si potrebbe adottare in una scuola media. Se desidera, posso imprestarle copia. Grazie di nuovo. Suo aff.mo G. Peano
Le invio in ringraziamento alcune mie note.

Giuseppe Peano ad Alpinolo Natucci, Torino 12 dicembre 1920 - DG Pisa, Fondo Natucci, c.p.

Chiarissimo Collega,

Ho ricevuto da tempo la sua *Aritmetica Ragionata ed Algebra*, che rimase nel mio alloggio in città, e, se non l'ho fatto prima, ora la ringrazio. È un libro molto interessante, e che propagherà le idee nuove, portando rigore e semplificazione nello studio dell'aritmetica, il quale in molti libri si riduce a parole vane. Molto ben fatta è la teoria delle approssimazioni; essa servirà a risistemare questa teoria, molto confusa nella maggioranza dei trattati. Saluti cordiali. Suo aff.mo G. Peano

Giuseppe Peano ad Alpinolo Natucci, Torino 8 maggio 1926 - DG Pisa, Fondo Natucci, cc. 1r-2v.

Caro Natucci,

Ricevetti a suo tempo la nota *Super linea de indifferentia*. Fui occupatissimo, e solo ora rispondo. Sono dolente che *Scientia* non l'abbia accettato, a causa della lingua. Eppure conviene battere, finché qualche editore vegga la propria utilità nell'Interlingua. Lessi, anni fa, il libro del Pareto, studiandone le formule. Ma ne trassi la convinzione che le formule matematiche ivi sono polvere per i gonzi, una ciarlataneria, perché ci manca la base. Occorre una qualche legge precisa, quali, in astronomia, la legge di Newton, o prima quelle di Keplero, o altre almeno, anche più antiche, per dedurne qualche cosa. Ma se suppongo nulla, colla matematica dedurrò nulla. Nel nostro caso speciale io non mi posso fare idea del tizio che scambia un chilogrammo di pane in uno di vino. Il caso $1,058 =$

1,058 è troppo fortunato. Un esempio che capisco, è di un tizio che possessa 100 lire ital. e 100 fr. francesi e li voglia commutare. La linea di indifferenza è oggi (cambio: franco = 0.80 lire) $100 + 100 * 0.80 = x + y * 0.80$. L'economia matematica è del massimo interesse pratico, ma finora non ci sono che chiacchiere, e io non vedo come si possa trattare una qualunque questione. Per es. Tizio solo può vendere una merce, caso del monopolio; e ne può fissare il suo prezzo $a + x$, ad arbitrio, ove a è il prezzo di costo. Ne venderà una quantità y , funzione decrescente di x . Il suo guadagno netto sarà xy ; esso può essere costante, o crescere, o decrescere con x . A priori, nulla si può dire; si potrebbe consultare le esperienze. La prego sempre del suo aiuto, per articoli di interesse generale (compresa l'economia, se si può dire qualche cosa), e per propaganda. Saluti cordiali. G. Peano

Lessi con piacere il suo articolo in *Rassegna di Matematica* (VI n° 2). È interessante come tutti i suoi lavori. Per il cosiddetto postulato di Zermelo, nel 1890, *Math Annalen*, t. 37 pag. 210, io incontrai una scelta arbitraria, e vidi che, contrariamente all'opinione comune, non si poteva ridurre in simboli, ed enunciai che non era lecita. Jourdain, 1907, trovò la stessa cosa. Zermelo 1908 incontrò la stessa forma di ragionamento, ma conoscendo le obiezioni mie e di Jourdain, la assunse per postulato. Vedasi mia *Rivista di Matem.* t. 8 pag. 145 e *Formul.* tomo V p. 423 e suo *Concetto di numero*, p. 105. L'articolo di Hilbert, in *Math. Ann.* t. 88 p. 151-165, parmi un gran pasticcio. Eccole alcune osservazioni: Hilbert M. A. t. 88 p. 151-165. *Formul.* Tomo V, p. 3 ...

p. 153 P1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$a \supset (b \supset a)$, o riscrivendo le ipotesi
 $a \cap b \supset a$, P2'2 di pag. 6.

Pare che H. faccia a meno del segno \cap . Ma affermando le P1 e 2, per esse sta sottointeso il segno \cap .

2. $\{A \rightarrow (A \rightarrow B)\} \rightarrow (A \rightarrow B)$

$[a \supset (a \supset b)] \supset (a \supset b)$,

◦ $aa \supset b \supset a \supset b$

◦ $aa = a \dots P3'1$

3. $\{A \rightarrow (B \rightarrow C)\} \rightarrow \{B \rightarrow (A \rightarrow C)\}$

$[a \supset (b \supset c)] \supset [b \supset (a \supset c)]$

◦ $ab \supset c \supset ba \supset c$

◦ $ab = ba \dots P3'2$

4. $(B \rightarrow C) \rightarrow \{(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)\}$

$(b \supset c) \supset [(a \supset b) \supset (a \supset c)]$

◦ $b \supset c, a \supset b \supset a \supset c$ tutto P1'4

5. $A \rightarrow (\bar{A} \rightarrow B)$

$a \supset (\sim a \supset b)$

◦ $a \sim a \supset b$

◦ $a \sim a = \wedge, \wedge \supset b$ §6 P1'6, 1'1

$a \supset b, \sim a \supset b \supset b$

◦ $a \cup \sim a \supset b, \circ \vee \supset b, \circ b$.

§1 P1'1

8. $a = b \rightarrow (A(a) \rightarrow A(b))$

$a = b \supset u \in \text{Cls. } a \lceil u, \supset_u, b \lceil u.$

(—) mancano

pag. 8 P'2.

9. $a + 1 \neq 0$

pag. 27. P1'5. $a \lceil N_0 \supset a + 1 \sim 0$

10. $\delta(a + 1) = a$. Non veggo definito il δ . Vale p. 27 P 1'4.

Risale al gennaio del 1890 l'esempio geniale della curva che riempie un'area, apparso anch'esso sui prestigiosi *Mathematische Annalen*, che costituisce senza dubbio il contributo più famoso del matematico piemontese. Prendendo le mosse da un celebre lavoro di Georg Cantor in cui si stabiliva la corrispondenza fra un segmento e un quadrato, in poche pagine Peano definisce le equazioni parametriche di una curva continua che passa per tutti i punti di un quadrato. Le funzioni sono date in modo aritmetico, mediante la rappresentazione in base tre dei numeri reali, e l'articolo termina accennando alla possibilità di costruire una curva continua che riempie un cubo e segnalando le interessanti proprietà analitiche e topologiche di questo tipo di curve. Lo stupore dei contemporanei di fronte a quest'evento, che segna una tappa fondamentale negli studi di analisi, di topologia, di teoria degli insiemi e di teoria della misura, è evidente sia dai giudizi emessi da più parti, sia dalla moltitudine di articoli che proseguono la strada tracciata da Peano. Considerata da Guido Ascoli una "vera sfida all'intuizione e al potere delle idee tradizionali" e da Felix Hausdorff "uno dei fatti più mirabili della teoria degli insiemi", la curva di Peano ispira e stimola la creatività di illustri esponenti della matematica mondiale che nel volgere di pochi anni trovano numerosi altri esempi di 'curve mostruose' e 'frattali' e ne individuano le proprietà. Fra i primi si incontrano il tedesco David Hilbert nel 1891, l'americano Eliakim Hastings Moore nel 1900, lo svedese Helge von Koch nel 1904, gli italiani Ernesto Cesàro nel 1897 e nel 1905, Annibale Broglio nel 1906 e Giulio Andreoli nel 1912, i francesi Henri Lebesgue ed Émile Picard nel 1904, il polacco Wacław Sierpinski nel 1912, ai quali si affiancano Artur Schönflies, Enno Jürgens, Wilhelm Killing, Georg Polya, fino ad arrivare alla moderna teoria dei frattali di Benoit Mandelbrot. Nell'ultima edizione del 1908 del *Formulario Mathematico* Peano illustra e commenta con l'uso dei simboli il principio su cui si basa la costruzione della sua curva e ne offre la visualizzazione di alcuni stadi. Nel frattempo ne ha fatto realizzare una grande riproduzione, in piastrelle nere su sfondo bianco, sul terrazzo della sua villetta a Cavoretto, acquistata nel 1891, e con orgoglio la esibisce ai visitatori:

"Quando ad allievi e discepoli saliti da Torino in collina per mangiare la frutta e conversare col Maestro, egli soleva mostrarla, apriva il balcone sul terrazzo, si volgeva agli amici alzando le mani e con la sua abituale espressione di ironia bonaria, esclamava: "Questo è il mio spazio; voi non potete entrare!" (M. Gliozzi, Arch. Intern. Hist. Sciences, 1958)

“Delle tante cose, che pensò e attuò, di una, in modo particolare, era fiero, orgoglioso, felice. Di aver creato una di quelle figure geometriche definite mostruose: una curva chiusa in un quadrato ... Ora, di questa sua curva, Peano fece fare, in piastrelle bianche e nere, una grande riproduzione, che fa mostra di sé, sul terrazzo della sua casa collinare, e, a questa figura, non si può pensare se non con la commossa ammirazione, con la quale si pensa alle figure e ai numeri scritti sulle tombe, nelle quali Archimede e Diofanto continuano a sognare, se la morte è sogno. “Qui”, gli disse un giorno Peano, “io sono a casa mia, con me stesso; qui comando io; questo cielo splendente; quel fiume”, e, con larghi gesti indicava ciò che nominava, “quelle nuvole, che vanno; quelle montagne, che vedi laggiù; questi uccelli, [...] ma questa linea curva, che gira, gira, all'infinito, che non ha principio né fine, anche se, come una prigioniera, è chiusa in una figura finita, è mia, soltanto mia, tutta mia, scaturita dalla mia testa, come dalla testa di Giove nascevano i suoi figli, vestiti, armati, e già innamorati; l'ho creata io, da solo, senza l'aiuto di altri, senza l'aiuto di una donna, dimostrando, così, che la partenogenesi è una realtà, che anche un maschio può partorire; qui sono la mia terra e il mio cielo; e qui, nessuno può entrare, fermarsi, uscire, se io non voglio, perché qui siamo in un altro mondo, nel mio mondo.” (R. Bettica, 1996, pp. 74-76)

La capacità straordinaria di rendere semplici le questioni più difficili dell'analisi emerge anche nell'esempio, chiamato da Peano il “lampioncino alla veneziana”, pubblicato nel 1890 sui Rendiconti dell'Accademia dei Lincei. Lo presenta Felice Casorati, cui Peano l'aveva sottoposto nell'autunno del 1889, dopo averlo già discusso in una lezione litografata del 22 maggio 1882. L'esempio derivava dalla critica fatta alla definizione classica proposta da Joseph Alfred Serret di area di una superficie curva, come limite dell'area di una superficie poliedrica inscritta. Fra l'altro, l'esempio è oggi noto con i nomi di Peano e Schwarz, dal momento che, come emerge dai carteggi, era stato elaborato contemporaneamente e indipendentemente dai due matematici.

Per ovviare alla definizione erranea di Serret vengono proposte varie alternative e le due presentate da Peano nelle *Applicazioni geometriche* del 1887 e nella nota lineare del 1890 sono valutate molto positivamente all'estero ed esercitano notevole influenza. Hermann Minkowski nell'articolo del 1901 sui concetti di lunghezza, area e volume vi prende spunto per abbandonare l'impostazione geometrica tradizionale e adottare il ricorso ai ricoprimenti ed Henri Lebesgue nella sua famosa tesi di dottorato del 1902, dove espone la celebre teoria dell'integrazione, che porta il suo nome, cita più volte i contributi di Peano in questo settore.

Fra il 1889 e il 1890, forse preoccupato per l'esito del suo concorso a cattedra, non ancora concluso, Peano intensifica i suoi interventi su riviste internazionali per esporre altri risultati o per rivendicare priorità. Con il sostegno di Casorati, cui aveva chiesto consiglio, egli invia a Charles Hermite nel 1889 una breve comunicazione per l'Accademia delle Scienze di Parigi, nella quale segnala che la formula approssimata per la rettificazione dell'ellisse, recentemente edita da Joseph Boussinesq, era già apparsa nelle sue *Applicazioni geometriche* del 1887. Inoltre presenta alla rivista belga *Mathesis*, nel 1889,

l'espressione del resto nella formula di Taylor, oggi noto universalmente come il “resto di Peano”, e nel 1890 la dimostrazione di un teorema sulle derivate parziali di una funzione di due variabili, su cui si erano cimentati illustri analisti, fra cui Paul Mansion, Hermann Schwarz, Joseph A. Serret, Rudolph Lipschitz e Camille Jordan. Tra gli interlocutori cui Peano si rivolge per puntualizzare concetti e dimostrazioni troviamo anche famosi geometri, come Karl von Staudt, al quale egli dedica nel 1890 una breve nota negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino per rettificare alcuni suoi teoremi su proprietà differenziali delle curve. Nell'articolo inviato invece ad Eugenio Beltrami nel 1890 per la rivista dell'Accademia dei Lincei indica alcune formule di approssimazione dell'area di un ellissoide, con i criteri per riconoscere i limiti degli errori corrispondenti, colmando in questo modo una lacuna di un recentissimo trattato di Boussinesq.

Documenti

Giuseppe Peano, 1890c, *Sulla definizione dell'area d'una superficie*, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, 1890, s. 4, 6, 1° semestre, pp. 54-57 - BDM Milano, estratto.

Ugo Cassina, *Modello in carta del lampioncino*, ms. c. 1r-v in *Formulaire mathématique*, édition de l'an 1902-03 (tome IV de l'édition complète), Turin, Bocca - Ch Clausen, 1903, XVI+406 p. - BDM Parma, coll. Per 0831709 999653.

Giuseppe Peano, 1890b, *Sur une courbe, qui remplit toute une aire plane*, Mathematische Annalen, Janvier 1890, 36, pp. 157-160 - BN Torino, coll. 51-13.

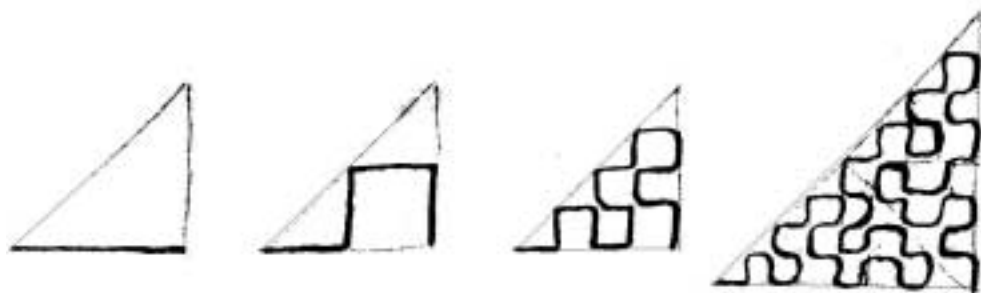
Giuseppe Peano, 1891a, *Sopra alcune curve singolari*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1890-91, Adunanza del 28 Dicembre 1890, 26, 1891, pp. 299-302 - BN Torino, coll. M V E 211.


David Hilbert, *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück*, Mathematische Annalen, 38, 1891, pp. 459-460 - BN Torino, coll. 51-13.

Ernesto Cesàro, *Remarques sur la courbe des von Koch*, Atti della Reale Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche, Napoli, s. 2, 12, 1905, pp. 1-12 - BSM Torino, coll. 1223.

Giovanni Vacca a Ernesto Cesàro, *Firenze 23 gennaio 1905* - BDM Napoli, Fondo Cesàro, c. 1r-v.

Illustre Professore, con vivissimo piacere ho letto le due note che Ella ebbe la bontà di inviarmi. Anch'io da qualche anno avevo trovato una curva che riempie un triangolo, la quale dovrebbe coincidere colla Sua, o somigliarle molto. Eccole gli stadi successivi di essa:



essendo  uno stadio, lo stadio successivo è dato da



Non credo molto difficile, sebbene mi sembri poco interessante, darne una rappresentazione analitica più completa. L'avevo comunicata al prof. Peano, ma poi non ebbi modo di pubblicarla.

L'altra nota mi ha fatto tornare in mente un dubbio che già avevo avuto altra volta, ed al quale non so dare risposta. In una curva piana, come si vede subito, i cerchi osculatori di una porzione di curva per cui il raggio di curvatura vada sempre crescendo, sono tutti contenuti uno *dentro* l'altro, quindi la curva non è se non con una opportuna definizione (p. es. quella del suo nuovo trattato) l'involuppo dei suoi cerchi osculatori. Quale è la proprietà analoga per le sfere osculatrici? Quando stanno esse l'una *dentro* l'altra?

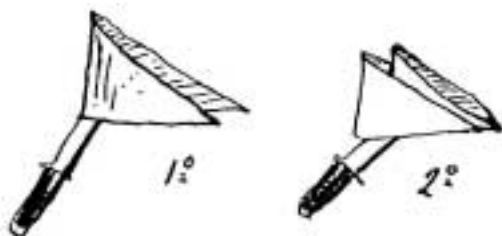
Ho perduto molto tempo intorno al tormentoso teorema (?) di Goldbach: ogni numero pari è la somma di *due* numeri primi. Ma non vedo nemmeno le vie di dimostrare ciò che pure dovrebbe essere alquanto più semplice: *ogni numero è la somma di un numero finito di numeri primi*.

Voglia scusarmi se l'ho un po' disturbata e mi creda Suo devotissimo Giovanni Vacca

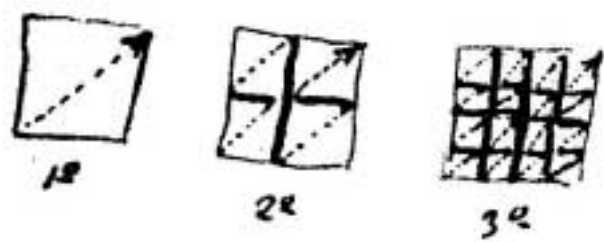
Giovanni Vacca a Ernesto Cesàro, Firenze 27 gennaio 1906 - BDM Napoli, Fondo Cesàro, cc. 1r-2v.

Illustre Professore,

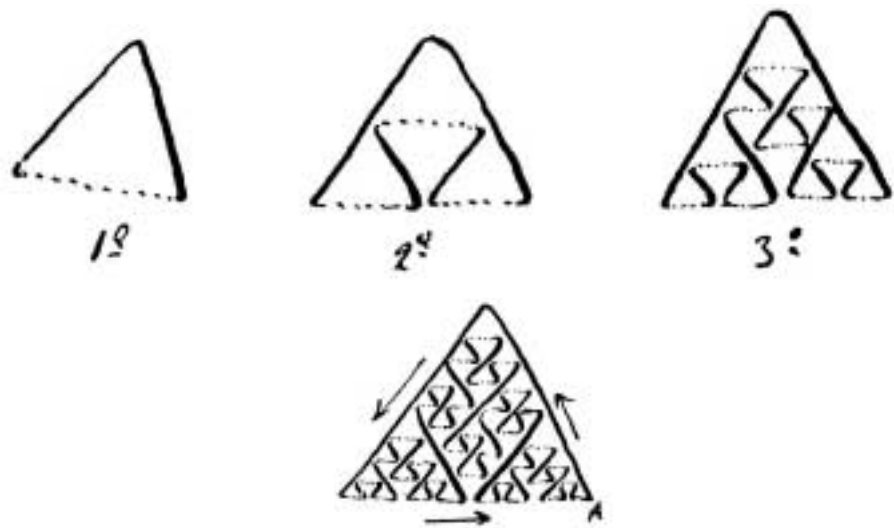
col massimo piacere ho letto le Sue *Remarques sur la courbe de von Koch*. La sua curva che riempie il triangolo è immensamente più bella di quella che io avevo immaginata. Per la fabbricazione del modello di carta, come quello che Ella mi ha mandato si può accelerare molto la costruzione *piegando* ogni volta in due il triangolo rettangolo lungo l'altezza uscente dall'angolo retto e tagliando poi quasi fino al vertice: così



Ho poi voluto trovare una curva che riempia il triangolo, analoga a quella di Lebesgue, di cui gli stadi successivi sono:



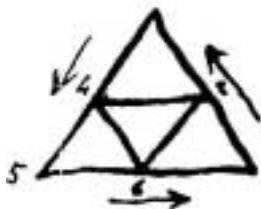
Si passa da uno stadio al successivo sostituendo alle diagonali punteggiate, la figura 2^a convenientemente ridotta. Questa curva è già *definitivamente* disegnata in tutte le parti a tratto continuo, cioè di essa fanno parte tutti i punti dei successivi *reticolati*, in cui si decompone il quadrato iniziale. Quella per il triangolo è la seguente:



Si passa da uno stadio al successivo sostituendo alle linee punteggiate la figura 2^a nei triangoli aventi la base su AB, e la figura

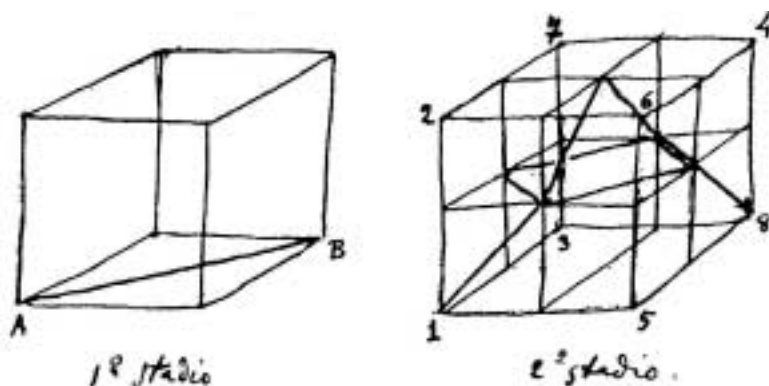


in tutte le celle a parallelogrammo. Qui però, anche tutte le linee punteggiate fanno già tutte parte della curva che riempirà il triangolo. Questa curva è perciò in ogni suo stadio rappresentata da tutto un reticolato come il seguente,



i lati del quale sono percorsi (sempre nel verso indicato dalle frecce) in un ordine conveniente, che per la figura qui sopra è l'ordine 123456 4261. Ho anche pensato a curve che riempiono un cubo.

La più semplice che ho trovato è rappresentata dai seguenti stadi:



L'operazione elementare consiste nel passare da un vertice A di un cubo al vertice opposto di una stessa faccia B. Si passa da uno stadio successivo decomponendo ogni cubo in otto cubi di lato metà, e sostituendo al percorso A B il percorso 1-8, percorrendo cioè gli otto cubi parziali nell'ordine indicato dai numeri 1... 8 apposti ad uno dei loro vertici, percorrendo per ciascuno di essi una diagonale di una loro faccia. Non mi pare difficile il costruire anche per i cubi curve analoghe a quella di Lebesgue, percorrendo cioè tutti i reticolati solidi composti dagli spigoli di tutti i cubi parziali (cioè successivamente $8, 8^2, 8^3, \dots$), camminando cioè una sola volta per tutti gli spigoli del reticolato, escludendo soltanto gli spigoli del cubo che si vuol riempire. Esclusi questi sei spigoli, la rete restante ha tutti i suoi nodi pari (secondo la nomenclatura di Lucas) e perciò si può percorrere tutta una sola volta in molti modi: tra i quali non mi pare difficile fare una opportuna scelta. Non ho invece saputo finora riempire con una curva un tetraedro. Le difficoltà nascono dal fatto che non so decomporlo in parti simili. Mi creda sempre Suo devotissimo Giovanni Vacca

Giuseppe Peano, *La curva che riempie un quadrato*, ms. autografo inviato a Tommaso Boggio, [Torino] 27 febbraio 1919, edito in Arzarello, Roero 2001, pp. 18-24 - Archivio privato.

La curva che riempie un quadrato

Siano $t_1 t_2 t_3 \dots$ delle cifre, cioè dei numeri 0, 1, 2, ... 9. Allora

$$t = \frac{t_1}{10} + \frac{t_2}{100} + \frac{t_3}{1000} + \dots$$

che si scrive più semplicemente

$$t = 0 \cdot t_1 t_2 t_3 \dots$$

è una frazione decimale, il cui valore è compreso fra 0 e 1, incluso 0, se tutte le cifre sono 0; ed incluso 1 quando tutte le cifre sono 9.

Colle cifre d'ordine dispari, e con quelle d'ordine pari formo rispettivamente due frazioni

$$x = 0 \cdot t_1 t_3 t_5 \dots$$

$$y = 0 \cdot t_2 t_4 t_6 \dots$$

Data la frazione t , risultano determinate le due frazioni x ed y ; e viceversa, date x ed y , si ottiene t , (inserendo/interpolando) le cifre di y fra quelle di x . Pertanto abbiamo determinato una corrispondenza univoca fra una frazione decimale e una coppia di frazioni decimali.

Se chiamo *tempo* il valore di t ; e se i valori di x e di y li chiamo *ascissa* ed *ordinata* d'un punto nel piano, avremo una corrispondenza fra l'intervallo di tempo da 0 ad 1, ed i punti del quadrato di base 1 e di altezza 1.

Se divido l'intervallo da 0 ad 1 del tempo in 100 parti uguali, ad ognuna di queste parti corrispondono le due prime cifre di t , e quindi la prima cifra di x e la prima di y ; ossia il punto corrispondente ad ognuna di quelle 100 parti sta in uno dei 100 quadrati che si ottengono dividendo in 10 parti la base e l'altezza del quadrato precedente.

Per schiarire (o confondere) le idee precedenti, introdurremo dei simboli, utili in ricerche di questo genere.

0. $x \in Q_0 \Rightarrow \exists X = \text{valore intero di } x$.

(Vale Ex del Formulario p. 102; inutile qui darne la definizione simbolica. L'ipotesi può sostituirsi con $x \in \bar{q}$).

Indico con X la base della numerazione; può essere il *dieci* o altro intero maggiore di 1.

1. $x \in Q_0 \cdot n \in \bar{n} \Rightarrow \text{Cifra}_n x = V(X^n x) - XV(X^{n-1} x)$ Def Cifra

Cifra _{n} x si legge "la cifra di posto decimale n di x " (ed è Cfr- n x p. 51 del Formul. Conviene scambiare n in $-n$).

2. $x \in Q_0 \Rightarrow x = \sum X^{-n} \text{Cifra}_n x / n$.

Ogni quantità numerica x è il valore della frazione decimale rappresentata dalle due cifre. (Se si fa l'ipotesi $x \in \theta$, allora $n \in N$. Ma in seguito, si fa anche $t=1$).

Pongasi:

3. $t \in 0^{|\cdot|} 1 \Rightarrow At = \sum X^{-n} \text{Cifra}_{2n-1} t / n$ def. A

$$Bt = \sum X^{-n} \text{Cifra}_{2n} t / n \text{ def. B}$$

At si può leggere l'ascissa rispondente al tempo t ; e Bt ne è l'ordinata. At e Bt sono funzioni reali, ad un sol valore, di t .

In fine pongasi:

4. $x, y \in 0^{|\cdot|} 1 \Rightarrow T(x, y) = \sum X^{-2n+1} \text{Cifra}_n x / n + \sum X^{-2n} \text{Cifra}_n y / n$ Def. T.

$T(x, y)$ è il tempo corrispondente al punto (x, y) ; e si ha:

5. $x, y \in 0^{|\cdot|} 1 \Rightarrow AT(x, y) = x$ $BT(x, y) = y$.

Dati i numeri x e y nell'intervallo da 0 ad 1; se di essi calcolo il numero T , poi di questo numero prendo le funzioni A e B , ritrovo i numeri x e y .

L'espressione analitica delle coordinate del punto che corrisponde al tempo t si ottengono come segue. Nelle proposizioni 1 e 2, facciamo $X=3$.

Sopprio le proposizioni 3, 4, 5; e le sostituisco colle seguenti:

$$\begin{aligned} 3.\text{bis. } t \in 0^{[1]} 1. \supset . At = \sum 3^{-n} \left\{ K \uparrow \sum \left[\text{cifra}_{2n} t / r, 1^{[n]} (n-1) \right] \right\} \text{cifra}_{2n-1} t \uparrow n \\ Bt = \sum 3^{-n} \left\{ K \uparrow \sum \left[\text{cifra}_{2n-1} t / r, 1^{[n]} n \right] \right\} \text{cifra}_{2n} t \uparrow n \end{aligned}$$

L'ascissa At è formata colle cifre decimali d'ordine dispari di t , cioè colle $1^a, 3^a, 5^a, \dots$

E l'ordinata Bt è formata colle cifre d'ordine pari di t .

E precisamente le cifre di At e di Bt sono o le cifre t , o i loro complementi.

Se la somma delle cifre di t di posto pari, che precedono quelle di ordine dispari $2n-1$ di t è pari, per cifra di ordine n dell'ascissa si prende la cifra di ordine $2n-1$ di t . Se invece la somma di queste cifre è dispari, se ne prende il complemento.

Se poniamo:

$$\begin{aligned} 4.\text{bis. } x, y \in 0^{[1]} 1. \supset . T(x, y) = \sum 3^{-2n+1} K \uparrow \sum \left[\text{cifra}_{2n} y / r, 1^{[n]} (n-1) \right] \text{cifra}_{2n} x \uparrow n + \\ + \sum 3^{-2n} K \uparrow \sum \left[\text{cifra}_{2n-1} x / r, 1^{[n]} n \right] \text{cifra}_{2n} y \uparrow n, \end{aligned}$$

si avrà

$$5.\text{bis. } x, y \in 0^{[1]} 1. \supset . AT(x, y) = x. \quad BT(x, y) = y.$$

Il punto di coordinate At e Bt è perciò funzione di t ; queste funzioni sono continue; e comunque dato il punto x, y nel quadrato, si può determinare un valore $t=T(x, y)$ tale che quel punto corrisponda a questo valore di t .

Si ha perciò una curva continua che, variando t da 0 ad 1, passa per tutti i punti del quadrato di lato 1.

Proprietà ai limiti:

Mancano nel *Formulario*.

$$0.1 \quad x \in Q \sim N. \supset . \lim (V, Q, x) = Vx.$$

$$0.2 \quad x \in N. \supset . \lim (V, x + Q, x) = Vx.$$

$$0.3 \quad " \quad " \quad \lim (V, \theta x, x) = Vx - 1.$$

Si potrebbero indicare con lim destro e lim sinistro.

$$1.1 \quad n \in N, x \in Q \sim NX^{-n}. \supset . \lim (\text{Cifra}_n, Q, x) = \text{Cifra}_n x.$$

La funzione Cifra_n è continua per tutti i valori della variabile x che non si possono esprimere mediante funzioni decimali finite con n cifre. Dalla 0.1 e dalla def. di Cifra.

$$1.2 \quad n \in N, x \in Q. \supset . \lim (\text{Cifra}_n, x + Q, x) = \text{Cifra}_n x.$$

In ogni caso, il limite destro di $\text{Cifra}_n y$, ove y tenda a x , è $\text{Cifra}_n x$.

$$2.1 \quad a \in O^-(X-1). \supset . Ka = X-1-a \quad \text{def. K.}$$

Se a è una cifra, cioè uno dei numeri 0, 1, ..., 9, in base dieci, con Ka , che leggeremo "complemento di a " indichiamo $9-a$.

$$2.2 \quad \text{Hyp. } 2.1. \supset . K^2 a = a.$$

$$2.3 \quad x \in \theta. \supset . \sum K \text{cifra}_n x / n = 1 - x$$

$$2.4 \quad n \in N, x \in \theta. \supset . \lim (\text{cifra}_n, \theta x, x) = K \text{cifra}_n (1 - x)$$

Cioè se x è una frazione decimale con un numero finito di cifre, $x = 0 \cdot a_1 a_2 \dots a_n$, ove $a_n > 0$, e se y tende a x , allora le cifre di y tenderanno alle cifre di x , se $y > x$; altrimenti le cifre di y tenderanno alle cifre di $0 \cdot a_1 a_2 \dots a_n 999 \dots$ ove $a_n' = a_n - 1$.

$$3.1 \quad t \in [0, 1] : n \in \mathbb{N} : \supset, X^n t \in \mathbb{N} : \supset, \lim(A, \theta, t) = At, \\ \lim(B, \theta, t) = Bt$$

Qualunque sia il valore di t , fra 0 ed 1, se qualunque sia l'intero n , mai $X^n t$ è un intero, ossia se t non si può esprimere con una frazione decimale finita, allora le funzioni A e B , in questo punto t sono continue.

Supponiamo ora che t si possa esprimere con un numero finito di cifre decimali; distingueremo se il numero di queste cifre è pari o dispari:

$$3.2 \quad n \in \mathbb{N} : t \in \theta \wedge (NX^{-2n} \sim NX^{-2n+1}), \supset, \\ \lim(A, t^{-1}, t) = At, \lim(B, t^{-1}, t) = Bt, \\ \lim(A, 0^{-1}, t) = At + X^{-n}, \lim(B, 0^{-1}, t) = Bt, \\ 3.3 \quad n \in \mathbb{N} : t \in \theta \wedge (NX^{-2n+1} \sim NX^{-2n+2}), \supset, \\ \lim(A, t^{-1}, t) = At, \lim(B, t^{-1}, t) = Bt, \\ \lim(A, 0^{-1}, t) = At, \lim(B, 0^{-1}, t) = Bt + X^{-n+1}.$$

Se t è una quantità compresa fra 0 ed 1, che si può esprimere con $2n$ cifre decimali, ma mai con $2n-1$, allora le funzioni A e B sono continue a destra; la B è ancora continua a sinistra, ma la A è discontinua.

Analogamente, se il numero delle cifre è dispari, basta scambiare A con B . Invece della prima linea delle 3.2 e 3.3 si può scrivere:

$$3.4 \quad t \in \theta : \supset, \lim(A, t^{-1}, t) = At, \lim(B, t^{-1}, t) = Bt$$

In vero, se il numero delle cifre è pari, caso della 3.2, sia

$$t = 0 \cdot t_1 t_2 t_3 \dots t_{2n-1} t_{2n}, \text{ ove } t_{2n} \geq 1.$$

Le cifre d'una variabile, minore di t , tendente a t , avranno per limite le cifre dello sviluppo:

$$0 \cdot t_1 t_2 t_3 \dots t_{2n-1} t'_{2n} 999 \dots \text{ ove } t'_{2n} = t_{2n} - 1.$$

Quindi

$$\lim(A, 0^{-1}, t) = 0 \cdot t_1 t_3 \dots t_{2n-1} 999 \dots = At + X^{-n}.$$

$$\lim(B, 0^{-1}, t) = 0 \cdot t_2 t_4 \dots t'_{2n} 999 \dots = Bt - X^{-n} + X^{-n} = Bt.$$

Analogamente nel caso del numero dispari di cifre.

Perciò, variando t con continuità, il punto di coordinate At e Bt avrà un salto brusco, o discontinuità, tutte le volte che t passa per un valore che sia rappresentabile con frazione decimale finita.

Questa figura indica in quale quadrato si trova il punto At, Bt , ove siano date le due prime cifre di t . Se queste cifre sono r ed s , cioè $t = 0 \cdot rs$, il punto si troverà nella colonna compresa fra le ascisse r/X ed $(r+1)/X$; e precisamente nel quadratino compreso fra le ordinate $5/X$ ed $(5+1)/X$. Si vede la discontinuità di questa corrispondenza, perché, se t tende crescendo a $0 \cdot 10 = 0 \cdot 0999 \dots$, il punto (At, Bt) passa bruscamente dal quadrato 09, più alto nella prima colonna, al quadrato 10, che è il più basso nella seconda colonna.

09	—	11
08	—	10
07	—	09
06	—	08
05	—	07
04	14	06
03	13	05
02	12	04
01	11	03
00	10	02

Si può ottenere la continuità con una modificazione. Prendo ancora per prima cifra di At la prima cifra di t :

$At = t_1 X^{-1} + \dots$, e per prima cifra dell'ordinata prendo t_2 se siamo nella colonna 0, 2, 4,; prendo invece il suo complemento Kt_2 se siamo nella colonna 1, 3, 5,; cioè $Bt = (K^h t_2) X^{-1} + \dots$. Allora i successivi quadrati nelle varie colonne si susseguono alternativamente dal basso in alto, e dall'alto in basso, e i quadrati corrispondenti a valori consecutivi di t sono adiacenti.

La base di numerazione, indicata con X , può essere il numero dieci, o altro numero maggiore di 1. Prendendo per base 2 ovvero 3, si ottengono figure più semplici.

Così disposti consecutivi gli X^2 quadrati in cui si è scomposto il quadrato di lato 1, bisogna

09	10
08	11
07	12
06	13
05	14
04	15
03	16	23	..
02	17	22	..
01	18	21	..
00	19	20	..

ora scomporre ognuno di questi quadrati di ordine uno, di nuovo in X^2 quadrati, che diremo di secondo ordine e disporli consecutivi fra loro, e in modo che l'ultimo di questi quadrati di secondo ordine, che riempiono il quadrato di primo ordine, sia adiacente al primo quadrato di secondo ordine nel quadrato di primo ordine che è adiacente.

La disposizione a darsi è facile a spiegarsi con una figura. Per base di numerazione X prendiamo il numero 2. Il quadrato di lato 1 si divide in 4 quadrati di primo ordine, che si seguiranno nell'ordine 0, 1, 2, 3 della figura.

1	2
0	3

5	6	9	10
4	7	8	11
3	2	13	12
0	1	14	15

I 16 quadrati di secondo ordine si susseguiranno nell'ordine 0 1 15 della figura

21	22	25	26	37	38	41	42
20	23	24	27	36	39	40	43
19	18	29	28	35	34	45	44
16	17	30	31	32	33	46	47
15	12	11	10	53	52	51	48
14	13	8	9	54	55	50	49
1	2	7	6	57	56	61	62
0	3	4	5	58	59	60	63

Ecco la disposizione dei 64 quadrati di terzo ordine:

I 4 quadrati di terzo ordine che riempiono uno dei 16 di secondo ordine hanno la disposizione diretta come nella figura 1, e sono 0, 1, 2, 3, 20, 21, 22, 23; 24, 25, 26, 27; 36, 37, 38, 39; 40, 41, 42, 43; 60, 61, 62, 63.

Altri hanno l'ordine simmetrico 4, 5, 6, 7; 8, 9, 10, 11; 16, 17, 18, 19; 32, 33, 34, 35.

Inverso del simmetrico: 28, 29, 30, 31.

Se la base di numerazione X si fa =3, si ha una disposizione più facile. Disposizione dei 9 quadrati di primo ordine in cui è diviso il quadrato di lato 1.

Successione degli 81 quadrati di secondo ordine.

20	21	26	27	32	33	74	75	80
19	22	25	28	31	34	73	76	79
18	23	24	29	30	35	72	77	78
17	12	11	42	41	36	71	66	65
16	13	10	43	40	37	70	67	64
15	14	9	44	39	38	69	68	63
2	3	8	45	50	51	56	57	62
1	4	7	46	49	52	55	58	61
0	5	6	47	48	53	54	59	60

2	3	8
1	4	7
0	5	6

Sulla curva che riempie un'area

Peano, *Sur une courbe qui remplit toute une aire plane*, Math. Annalen, 1890, t. 37, p. 132.

Hilbert, Math. Ann. 1891, t. 38, p. 459.

Cesaro, *Sur la représentation analytique des regions, et des courbes qui les remplissent*, Darboux Bulletin, 1897, t. 21 p. 257.

Moore, American Transactions, 1900, p. 72.

Lebesgue, *Leçons sur l'intégration*, Paris 1904, p. 45.

Formulario Mathematico, tomo V, p. 240.

Killing, *Einführung in die Grundlagen der Geometrie*,

Helge von Koch, Archiv för Mathematik, Stockholm 1904 p. 681-702. (La curva è poco differente).

Cesaro, *Remarques sur la courbe de Von Koch*, Napoli Memorie, 1905, t. 12.

Broglia,

Andreoli,

Van Vleck,

Jurgens,

Polya

Schönflies, Berichte der deutschen Math. Verein., t. 1 p. 121.

Sierpinski, *Sur les courbes qui remplissent une 'aire'*, Prace Matematyczne, t. XXIII p. 192.

Sierpinski, Academie Cracovie,
Picard, *Traité d'Analyse*, 2^e éd. t. 1 p. 23.

Caro Boggio,

ecco l'elenco bibliografico. Occorrendo, posso dare altre indicazioni, a completare le precedenti.

Si lasci vedere. Sabato ore 17, mi trovo alle solite conferenze. Suo G. Peano



La terrazza con la curva, nella villa a Cavoretto

Leggendo gli scritti di George Boole, Ernst Schröder e Charles Saunders Peirce sull'algebra della logica, e quelli di Georg Cantor, Hermann Grassmann e William Stanley Jevons, Peano scopre la sua vera vocazione. Per conservare alla matematica il carattere di assoluto rigore, che le è proprio, occorre rinunciare al linguaggio comune e costruire uno strumento che analizzi concetti, proposizioni e teorie, come un microscopio. Il matematico piemontese ambisce, in poche parole, a realizzare il sogno di Leibniz di costruire quella *characteristica universalis*, in grado di formalizzare i processi mentali, attraverso l'individuazione delle idee primitive e l'ideazione di simboli appropriati "che quasi dipingano l'intima natura dei concetti". Raggiunto il suo obiettivo il 25 agosto 1894 Peano con orgoglio così descrive a Felix Klein le caratteristiche dello strumento da lui inventato:

"La Logica matematica con un numero limitatissimo di segni (7 usati, e riduttibili ancora fra loro) è riuscita ad esprimere tutte le relazioni logiche immaginabili fra classi e proposizioni; o meglio l'analisi di queste relazioni ha portato ad usare quei segni, coi quali tutto si esprime, anche le relazioni più complicate, che difficilmente e faticosamente si esprimono col linguaggio ordinario. Ma il suo vantaggio non si limita alla semplificazione della scrittura; l'utilità sua sta specialmente nell'analisi delle idee e dei ragionamenti che si fanno in matematica. Intanto, per far vedere l'utilità sua si va stampando il *Formulario di Matematica*."

L'immagine del microscopio per denotare la potenza della logica appare più volte negli scritti della Scuola di Peano. Giovanni Vailati, ad esempio, così si esprime nel 1899:

"La *Rivista di matematica* ha iniziato nel 1893 la pubblicazione di un *Formulario di matematica*.... Non si è lontani dal realizzare, al riguardo, la previsione ottimista di Leibniz secondo la quale la logica matematica è destinata a provocare in questo tipo di studi progressi analoghi a quelli prodotti nelle ricerche fisiologiche dall'introduzione del microscopio." (G. Vailati, *La logique mathématique* ..., 1899, p. 102)

In effetti il progetto più ambizioso nel quale la Scuola di logica di Torino investe tutte le energie, a partire dal 1891, è quello del *Formulario*, che Peano continuerà a riconoscere per il resto della vita come l'opera più importante da lui compiuta: una grande enciclopedia matematica realizzata in forma simbolica. Nella versione finale del 1908 il *Formulario* raccoglie oltre quattromila proposizioni scritte in simboli, con l'enunciato esplicito delle condizioni di validità, la relativa dimostrazione, e l'indicazione delle fonti

storiche, cui attingere per risalire all'ideatore del teorema. Talvolta sono pure inseriti paragrafi sulla storia di concetti e teorie fondamentali, passi originali e notizie biografiche e bibliografiche dei matematici autori delle proposizioni richiamate e l'etimologia di oltre cinquecento vocaboli di logica e di matematica.

Si tratta di un'impresa grandiosa, alla cui realizzazione si dedicano in molti: suoi assistenti e allievi, colleghi d'Università e di Accademia militare, e collaboratori esterni all'area torinese. Fra coloro che aderiscono con entusiasmo fin dal principio, redigendo interi capitoli, ricordiamo Giovanni Vailati (1863-1909) per la parte sulla logica e le indicazioni storiche, Filiberto Castellano per le operazioni algebriche, Cesare Burali-Forti per l'aritmetica e la teoria delle grandezze, Rodolfo Bettazzi (1861-1941) per il capitolo sui limiti, Gino Fano (1871-1952) per la teoria dei numeri algebrici, Francesco Giudice (1855-1936) per la parte sulle serie e Giulio Vivanti (1859-1949) sulla teoria degli insiemi. A questi si affiancano poco dopo Giovanni Vacca (1872-1953), Giuliano Pagliero (1873-1949), Alessandro Padoa (1868-1937) e Tommaso Boggio (1877-1963). Molti sono anche quelli che collaborano presentando aggiunte, correzioni o modifiche, riportate nelle edizioni successive, come Corrado Ciamberlini, Angelo Ramorino, Mineo Chini e, fra gli stranieri, Louis Couturat, Gustav Eneström e Otto Stolz.

Anche la *Rivista di Matematica* che Peano fonda nel 1891 con finalità didattiche, è uno dei canali per condurre in porto il progetto e per fare propaganda all'impresa. Sulle sue pagine trovano posto articoli rivoluzionari, come quello di Georg Cantor sugli insiemi infiniti, studi e discussioni sui fondamenti di alcune teorie, pregevoli note storiche, recensioni di libri per le scuole e di opere all'avanguardia nella ricerca matematica, dibattiti su questioni di matematiche elementari, ma anche alcune celebri polemiche, come quelle cui si è accennato di Peano con G. Veronese e con C. Segre. Frammezzate al resto compaiono aggiunte, note e correzioni per il *Formulario*, che in un primo tempo esce come supplemento alla *Rivista di Matematica* del 1892 e si diffonde poi in modo autonomo in cinque edizioni o tomi, i cui fascicoli si susseguono con rapidità impressionante. Fra l'altro Peano impianta nel 1898 nella villa di Cavoretto, dove soleva trascorrere i mesi estivi, una piccola tipografia per stampare correttamente le proposizioni del *Formulario* e acquista uno dei torchi della stamperia fondata dal suo maestro Faà di Bruno. Per meglio realizzare l'opera Peano si reca per alcuni mesi ad imparare l'arte tipografica in un laboratorio torinese, nei pressi di via Nizza, e assume a Cavoretto tre operai per condurre in porto l'impresa. Si prodiga poi con ogni mezzo per far conoscere l'opera: la presenta ai congressi e la invia a colleghi italiani e stranieri. Scrive ad esempio ancora a Felix Klein nel 1894:

“La parte I contiene le formule di Logica, la II quelle dell'algebra elementare, la III la teoria elementare dei numeri; la IV (fatta dal prof. Burali), è un lavoro originale sulla teoria delle Grandezze. Le V e VI si riferiscono agli insiemi di punti (Menge). Quest'ultima è uscita ora in estratto; uscirà nel prossimo fascicolo della Rivista. La parte VII contiene la teoria dei limiti. La VIII quella delle serie e prodotti infiniti; la IX è quella del Fano. Queste varie parti sono composte da vari autori, e già parecchie persone si sono incaricate delle parti successive: Combinazioni, Equazioni algebriche, Funzioni esponenziali, logaritmiche e

trigonometriche, Derivate, ecc, che si pubblicheranno man mano le circostanze lo permetteranno. Ognuna delle parti trattate deve contenere tutte le proposizioni, teoremi e definizioni, che vi si riferiscono. Sicchè, quando il *Formulario* sarà alquanto avanzato, chiunque desideri mettersi al corrente della scienza, su un dato punto già trattato nel *Formulario*, non avrà che a confrontarlo; ivi troverà tutte le proposizioni note.”

I giudizi emessi dai contemporanei sono contrastanti: lusinghieri in Inghilterra e in America, dove i simboli ideati da Peano sono adottati da più parti, sono invece più critici in Francia e in Italia. Nel 1910 Eliakim Hastings Moore ne propone l'introduzione nell'analisi matematica, riportando la lista dei segni di logica della quinta edizione del *Formulario* e Clarence Irving Lewis dell'Università di Berkeley afferma nel 1918 che il

“*Formulaire de Mathématiques* di Peano, segna una nuova epoca nella storia della logica simbolica. Fino ad allora, la ricerca era stata generalmente portata avanti per l'interesse nella logica esatta e nelle sue possibilità, fino ad arrivare al punto, come sottolinea Schröder, di avere uno strumento elaborato senza sapere cosa farsene. Con Peano e i suoi collaboratori la situazione si rovescia: la logica simbolica è indagata solo come strumento della prova matematica... Il risultato immediato di questa diversa visione è una nuova logica, non meno elaborata della vecchia – destinata, di fatto, a diventare molto più elaborata – ma la cui elaborazione è determinata non da considerazioni logiche astratte o dall'eleganza matematica, ma puramente dal criterio delle applicazioni.”

In Francia e in Italia si assiste a critiche accese che coinvolgono il *Formulario* nell'ambito della polemica su intuizione e rigore, divampata sulle pagine della *Revue de Metaphysique et de Morale* e sul *Leonardo*. È, questo, un dibattito assai ampio e articolato, che coinvolge matematici e filosofi del calibro di H. Poincaré, B. Russell, A.N. Whitehead, L. Couturat, É. Borel, M. Winter e, sul versante italiano, G. Peano, G. Vacca, G. Vailati, M. Pieri e B. Croce. L'emergere delle antinomie della teoria degli insiemi e i dubbi sull'utilizzo dell'assioma di scelta - temi che avevano avuto grande risonanza in seguito alla pubblicazione delle celebri *Cinq lettres sur la théorie des ensembles* di R. Baire, É. Borel, H. Lebesgue e J. Hadamard - contribuiscono ad attirare l'attenzione sui rapporti fra logica e matematica e sull'utilità della prima nella seconda.

Di fronte al proliferare dei paradossi, si muovono dure critiche alla logica simbolica di Peano, Russell e Hilbert, accusata di ottenebrare il libero dispiegarsi dell'intuizione e della creatività e di non saper salvaguardare le teorie dai circoli viziosi. A nuocere in parte alla ricezione del *Formulario* è l'azione di Louis Couturat che lo presenta con eccessiva enfasi come un'opera destinata a compiere la rifondazione logica di tutta la matematica, fraintendendo la sua più modesta portata didattica. Il filosofo francese finisce così per suscitare l'ironia caustica di H. Poincaré che, forte del suo prestigio scientifico e accademico, palesa il suo rifiuto a leggere il *Formulario* e sfida i 'logicisti' ad usare le ali del simbolismo per spiccare il volo verso la costruzione di nuove teorie. L'unica risposta di Peano alla polemica protrattasi fra il 1905 e il 1907 sulla *Revue* è la nota *Super theorem de Cantor Bernstein*, edita nella primavera del 1906 sui *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* e sulla sua *Rivista di Matematica*, corredata da un'importante

Addizione. Essa ci permette di cogliere la modernità delle posizioni 'filosofiche' di Peano in merito a un coacervo di questioni, fra cui il ricorso all'intuizione nella dimostrazione del cosiddetto teorema di Cantor-Bernstein, i rapporti fra logica e matematica, la non-contraddittorietà dei sistemi di assiomi, l'assioma di scelta, finendo poi per affrontare i vari paradossi di C. Burali-Forti, B. Russell, J. Richard e la questione delle definizioni. Recensendo alcuni anni più tardi, nel 1913, i monumentali *Principia Mathematica* di Russell e Whitehead, Peano riprenderà la metafora di Poincaré, asserendo che l'opera da essi compiuta costituisce la miglior prova del fatto che "symbolismos da alas ad mente de homo, sed suo uso exige studio et labore".

Anche se l'esito di questa battaglia culturale non sarà del tutto positivo e gli sviluppi successivi della logica prenderanno un'altra strada, per opera soprattutto di Bertrand Russell, David Hilbert e Kurt Gödel, questi ultimi riconosceranno pubblicamente il loro debito culturale nei confronti di Peano:

"Vi sono al massimo una dozzina di concetti dai quali sono formati tutti i concetti di tutta la matematica pura (geometria compresa). Il professor Peano, il quale è aiutato da una preparatissima scuola di giovani discepoli italiani, ha dimostrato come lo si possa fare; e benché il metodo da lui inventato possa essere sviluppato molto più di quanto egli abbia fatto, la gloria del pioniere spetta a lui." (B. Russell, 1917)

"Come vedete, uno strumento indispensabile per la mia teoria della dimostrazione è l'ideografia, e si deve all'autore classico di questa ideografia, Peano, la più scrupolosa accuratezza e la più estesa elaborazione." (D. Hilbert, 1928)

Documenti

Giovanni Vacca, *Sui manoscritti inediti di Leibniz*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche (G. Loria), 2, 1899, pp. 113-116 - BSM Torino, coll. 1232.

Gottfried Wilhelm Leibniz, *Opera omnia*, vol. 1, Genevae, Fratres de Tournes, 1778 - BDM Milano, coll. Op A 21, 25 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano, 1896j, *Studii di logica matematica*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, Adunanza del 4 Aprile 1897, 1896-97, 32, 1896, pp. 565-583 - Acc. Sci. Torino, coll. Misc. B.454 (13).

Louis Couturat, *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris, Alcan, 1901 - BDM Milano, coll. 01.1901.3, 23 cm.

Louis Couturat, *Opuscles et fragments inédites de Leibniz*, Paris, Alcan, 1903 - BDM Milano, coll. 01.1903.01, 23 cm.

Alessandro Padoa a Giovanni Vailati, *Roma 24 febbraio 1902* - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCCXXVI, cc. 1r-2v.

Carissimo, Poiché ti accingi ad ottenere una libera docenza, sarai probabilmente in grado di fornirmi alcune notizie che non chiedo subito ad altri per non aprir troppo l'animo mio prima di sapere almeno se il mio desiderio possa avere qualche probabilità di venire appagato. Vorrei conseguire la libera docenza in Logica matematica presso una Facoltà matematica, non tanto per soddisfazione di vanità o perché me ne riprometta un notevole vantaggio in eventuali futuri concorsi per cattedre di liceo o di istituto, quanto per vedere se, pur conservando il mio posto alla scuola tecnica, non potessi men difficilmente ottenere presso questa Facoltà matematica un incarico conforme alla proposta del Pittarelli, suffragata dai voti dell'ultimo Congresso. Prevedo le non lievi difficoltà procedurali e sostanziali che si opporranno al conseguimento della libera docenza cui accennavo; ma vorrei sapere se tu le reputi insormontabili, nelle condizioni attuali della legislazione scolastica e del giudizio degli autorevoli incompetenti circa la Logica matematica. Innanzi tutto, è inammissibile a priori una domanda di libera docenza in Logica matematica, per il fatto che non vi è una cattedra ufficiale di tale disciplina? O la questione è almeno controversa, in guisa che il Consiglio superiore possa legalmente accoglierla? Poi, qualora la domanda fosse ammissibile, i lavori che ho pubblicato sinora ti sembran tali da consentirmi di chiedere la libera docenza per titoli? (posto che io la chieda soltanto in Logica matematica). È chiaro che non ti chiedo frasi di complimento, ma un giudizio oggettivo, non troppo ottimista, relativo ai lavori pubblicati e non alle attitudini che la tua benevolenza può riconoscermi. Preferirei la libera docenza per titoli, per economia di tempo e di danaro; ma non mi ritrarrei, occorrendo, dal sottostare all'esame. A questo proposito, anzi, mi gioverebbe sapere se vi son norme diverse circa la formazione della Commissione esaminatrice, secondoche la libera docenza è chiesta per titoli o per esami. Posto che vi sia una diversità in proposito, chiederei la libera docenza in quella forma che più facilmente consentisse la nomina di una Commissione più favorevole od almeno meno avversa. La Commissione è formata esclusivamente o solo in parte di professori della Facoltà cui vien chiesta la libera docenza? nel secondo caso, da chi parte praticamente l'iniziativa della designazione degli altri commissari? Se presentassi la domanda a Torino penso che necessariamente il Peano sarebbe chiamato a far parte della commissione. Ora io vorrei sapere se, riuscendo a stimolarli privatamente ed a renderli accetti al Ministero, sarebbe legalmente possibile ottenere che, oltre al Peano facessero parte della Commissione professori d'altre Facoltà matematiche, tra i favorevoli o i meno avversi, quali Pieri, Vivanti, Loria, Pittarelli, Levi-Civita ed altri il cui nome eventualmente mi potrai suggerire. E credi tu che, viste le conclusioni del Pittarelli e l'antipatia ingiustificata che i più hanno contro il nome della Logica matematica (perché i più poco ne sanno oltre il nome), non fosse opportuno chiedere la libera docenza in "Critica matematica" o "Pedagogia matematica" o "Fondamenti della Matematica"? Ti prego di rispondere sollecitamente, come puoi, alle mie domande. È superfluo ch'io ti raccomandi assoluto silenzio sino a decisione presa. Ti confermo mia cartolina di risposta all'ultima tua graditissima. Ti anticipo i ringraziamenti e ti saluto cordialmente. A. Padoa.

Alessandro Padoa a Giovanni Vailati, Roma 27 febbraio 1902 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCCXII, c.p.

Carissimo, Ti ringrazio delle cortesi e sollecite risposte 23 e 25 corr. Grazie d'aver scritto al Cantoni. Ti mando altre due copie della mia conferenza di Livorno. La tua lettera ha servito a decidermi. Ne scrivo a Peano. Chiederò la libera docenza in logica matematica per titoli nella Facoltà matematica di Torino. La Facoltà, ricevuta la domanda, nomina un rettore o una Commissione relatrice, nel proprio seno; delibera sulla relazione e trasmette gli atti al Consiglio Superiore, il quale può giudicare anche in merito. Queste le notizie assunte oggi da un impiegato del Ministero. L'art. 100 della legge Casati sarebbe contrario all'assegnazione di libere docenze in discipline cui non corrisponde un corso ufficiale, ma non mancano esempi recenti di deroghe all'art. citato. Insomma, come dici tu, è poco male tentare. Naturalmente che io non presenterò la domanda se non dopo aver avuto risposta dal Peano, cui chiedo il parere, dicendogli però d'aver deciso, a meno che non abbia valide ragioni da contrapporre. Grazie di nuovo per avermi spronato con le tue parole incoraggianti; però non mi illudo troppo. Intanto ti saluto cordialmente anche a nome di mia moglie. Ti scriverò a proposito del "Dizionario". Aff.mo A. Padoa.

Alessandro Padoa a Giovanni Vailati, Spoleto 25 agosto 1902 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCCXLI, c.p.

Carissimo, rispondo con un po' di ritardo a cara tua 17 corr. Eccoti il giudizio dell'Accademia dei Lincei nel concorso ministeriale fra professori di scuole secondarie per la produzione dell'ultimo triennio: "i lavori di logica matematica e le altre contribuzioni dell'autore all'opera del prof. Peano sono improntate a lodevole precisione. Così pure degni di lode sono i suoi lavori critici sui fondamenti della geometria e dell'algebra. In complesso i lavori del Padoa rivelano mente acuta ed atta alla critica: a lui spetta il merito di aver nettamente formulato il principio che nei fondamenti di ogni dottrina matematica il sistema dei simboli non definiti da impiegarsi dev'essere irreducibile rispetto al sistema delle proposizioni non dimostrate, sicché da queste non sia possibile dedurre nessuna proposizione che definisca qualcuno di quelli. Ma nessuno dei lavori del Padoa contiene ricerche originali o risultati nuovi; nessuno esce dall'ambito limitato dei fondamenti dell'aritmetica e della geometria." Come vedi non è giudizio di cui mi possa lagnare o dolere; mi sembra strano tuttavia che si neghi "originalità" ad uno cui "spetta il merito ecc", il qual merito poi non istarebbe tanto nell'aver "formulato il principio" ecc., quanto nell'aver determinato il modo per verificare se tale esigenza logica è soddisfatta e di aver fornito esempio d'una teoria in cui è verificata. Ho fatto con mia moglie, Baldo e mio fratello (il pretore di Spoleto) una riuscitissima gita a Perugia ed Assisi; anche Spoleto è interessante per la storia dell'arte. Sicché una tua visita, graditissima a me (anzi a noi), non sarebbe senza tuo diletto estetico. Non ho visto il nuovo libro dell'Enriques, e lo vedrei volentieri; se me lo mandi, te lo potrò consegnare e rimandare. In questi giorni ho fatto una trattazione elementare del problema della divisione della circonferenza in 17 parti eguali e vorrei pubblicarla nei rendiconti di Palermo, avendo già impegnato la R. d. M. ed il Periodico di Livorno per altri lavori.

Potresti aiutarmi per Palermo? Sei socio del Circolo Mat.? Moroso. Ti auguro buon viaggio, pregandoti di darmi quando a quando tue notizie. Mia moglie e Baldo ti salutano. Tuo aff.mo A. Padoa

Alessandro Padoa, *Ideografia logica*, Ateneo Veneto, 29, 1, 1906, 20 p. - BDM Milano, estratto.

Arthur Thomas Shearman, *The scope of formal logic*, London, University Press, 1911 - BDM Milano, coll. 03.1911.01, 23 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Philip Jourdain, *The Development of the Theories of Mathematical Logic and the Principles of Mathematics*, Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics, 43, 1912, pp. 219-314 - BSM Torino, coll. SELEC JOUR 1991, 22 cm.

Stanislaw Zaremba, *Teorja dowodu*, vol. 1, Krakow, Naklsdem Kolka Matematyczno-Fizycznego, 1925 - BDM Milano, coll. 03.1925.03, 23 cm.

Henry Bradford Smith, *A system of formal logic*, Columbus, Ohio R.G. Adams & Co, 1926 - BDM Milano, coll. 03.1926.1, 21 cm.

Estratto dalla lettera di Giovanni Vacca a Giuseppe Peano, 25 gennaio 1929 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 103086, c. 1r-v.

Non ho ancora terminato la redazione della comunicazione che ho fatto a Oxford sulla matematica dei Cinesi. Non so a che punto sia la pubblicazione dei manoscritti di Leibniz. Credo che sia stato pubblicato, intorno al 1914, uno o due volumi, di un catalogo completo dei manoscritti di Leibniz, ma io non l'ho visto.

Per quanto riguarda il teorema di Wilson, di cui avevo dato notizia per la prima volta nel Bollettino di Loria, 1899, T. II, pag. 113, è comparso nel 1912, Bibliotheca Mathematica, 1912, vol. XIII, III Folge, Leipzig; Teubner, p. 29, un articolo di Dietrich Mahnke, *Leibniz auf der Suche nach einer allgemeine Primzahlgleichung*, il quale contiene uno studio sui manoscritti di Leibniz, più diffuso, e completo del mio. Il Mahnke riproduce i passi ricopiati da me, ed alcuni altri. È una cosa veramente singolare che Leibniz, durante la sua vita, non abbia pubblicato nulla su questo argomento, e che nei suoi manoscritti, per quel poco che ho potuto vedere nei giorni in cui sono stato ad Hannover, non siano mai citati Pascal né Fermat. Eppure Leibniz studiò i manoscritti di Pascal. Nel 1679 erano state pubblicate le: *Varia Opera mathematica* di Fermat; nel 1670 era stato pubblicato il Diofanto con le note di Fermat. Io non so trovare altra spiegazione, a questa completa mancanza di pubblicazione, che non questa: che i manoscritti di Leibniz su questo argomento non sono sue scoperte originali, ma piuttosto studi ed appunti su manoscritti di Pascal o di Fermat che egli ha potuto vedere e che oggi sono perduti. Mentre Leibniz era acutissimo nell'afferrare al volo idee nuove, egli aveva una piccola capacità di calcolo. La difficoltà che egli trovò nel condurre a termine

colla necessaria precisione i ragionamenti aritmetici relativi ai teoremi di Fermat e di Wilson, possono spiegare perchè non si sia mai deciso a pubblicare i risultati interessanti che si trovano nei suoi manoscritti. Io ho ancora l'impressione che una diligente ricerca tra i libri della biblioteca di Leibniz, che si conservano ancora nella sua casa, ridotta a museo in Hannover, potrebbe dare risultati assai interessanti, ma io non ho modo di andare laggiù, e non so se altri, oltre il Mahnke, se ne occupino. Forse potrebbe occuparsene il Wieleitner, il quale scrive interessanti studi di storia della matematica.



Louis Couturat, 1868-1914



Congresso internazionale dei matematici, Toronto 1924

A partire dal 1894 e fino al 1928, Peano è uno dei protagonisti dei congressi nazionali e internazionali di matematica, di filosofia, di didattica, di storia della scienza e di lingue ausiliarie. In particolare egli ama soffermarsi sulla sua ideografia e presentare il progetto del *Formulario* sia ai suoi corrispondenti, come G. Frege, G. Cantor, C. Jordan, F. Klein, E. Catalan, E. Cesàro, T. Levi-Civita, L. Berzolari, sia in assise internazionali. Ad esempio a Caen nel 1894, il suo intervento nel simposio dell'*Association française pour l'avancement des sciences* è seguito da un pubblico elogio del disegno del *Formulario*, che è considerato, a fianco dei *Répertoires* di C.A. Laisant e E. Lampe, fra gli strumenti che contribuiscono al progresso della matematica e al perfezionamento dei metodi.

L'invito a tenere nel 1897, a Zurigo, una delle conferenze generali del primo Congresso Internazionale dei Matematici costituisce il segno tangibile del prestigio di Peano ed egli coglie l'occasione per distribuire copie del *Formulaire de Mathématiques* e commentarne la struttura e alcune proposizioni. Assiste inoltre al discorso di E. Schröder sul movimento pasigrafico in Italia, in cui si segnalano come rilevanti i contributi della Scuola torinese. La scelta di prediligere temi di teoria delle definizioni e aspetti critico-fondazionali costituirà una costante delle conferenze di Peano nei successivi convegni - a Parigi nel 1900, a Ginevra nel 1904, ad Heidelberg nel 1908, a Cambridge nel 1912 e a Toronto nel 1924.

Nel 1899 giunge a Peano anche la proposta di far parte del *Comité de patronage* del Congresso di Filosofia di Parigi, accanto alle massime autorità francesi, fra cui i celebri matematici Henri Poincaré, Paul Painlevé, Jules e Paul Tannery.

“Mi renderete un grande servizio – gli scrive Louis Couturat l'8 luglio 1899 – invitando personalmente al Congresso di Filosofia Burali-Forti, Bettazzi, Pieri, Fano, Vivanti, Giudice, Padoa, e in generale tutti i vostri collaboratori del *Formulaire des mathématiques*, poichè tutti, in gradi diversi, e per domini differenti, sono obbligati ad approfondire la Logica delle scienze e allo stesso tempo la Logica algoritmica, e sono così doppiamente preparati a comunicarci idee e considerazioni interessanti e nuove.”

In quell'occasione Peano conosce Bertrand Russell che in proposito annota nella sua autobiografia:

“Il congresso segnò una svolta importante nella mia vita intellettuale perché fu in quell'occasione che incontrai Peano. ... Durante le discussioni del congresso mi resi conto che era sempre più preciso di tutti gli altri e che in tutte le discussioni

risultava invariabilmente il più brillante. Con il passare dei giorni mi convinsi che questo dipendeva dalla sua logica matematica e pertanto mi feci dare da lui tutte le sue opere e non appena il congresso si chiuse mi ritirai a Fernhurst per studiare in tutta tranquillità tutto ciò che lui e i suoi discepoli avevano scritto.”

La ‘falange’ degli allievi di Peano, Burali-Forti, Pieri, Padoa, Vailati e Vacca, domina il congresso e dalle loro relazioni traspare l’orgoglioso senso di appartenenza ad una Scuola. Mario Pieri tesse elogi alla logica, alla quale si è definitivamente convertito con il passaggio dalla scuola di Corrado Segre a quella di Peano:

“La Logica matematica è simile ad un microscopio in grado di osservare le più piccole differenze di idee, differenze che i difetti del linguaggio ordinario rendono molto spesso impercettibili, in assenza di qualche strumento che li ingrandisca. Chiunque disprezza i vantaggi di un tale strumento, specialmente in questo ordine di studi (dove spesso l’errore deriva da equivoci e malintesi in dettagli apparentemente insignificanti) si priva a mio parere, deliberatamente, del più potente ausilio di cui oggi si dispone per sostenere e dirigere il nostro spirito nelle operazioni intellettuali che richiedono una grande precisione.” (Pieri 1901, p. 382)

Oltre alla collaborazione al *Formulario*, i giovani che ruotano intorno al maestro, e traggono ispirazione dai suoi lavori, perfezionano le ricerche sui fondamenti della matematica e le diffondono in Italia e all’estero in conferenze e pubblicazioni. Gli studi di Padoa e di Pieri sull’aritmetica sono ad esempio volti a migliorare gli assiomi di Peano. Nel 1902 Padoa mostra che si possono ridurre i concetti primitivi a due: “numero” e “successore”, e gli assiomi a quattro, e Pieri prova nel 1908 che il principio di induzione si può sostituire con il principio del minimo “in qualsivoglia classe di numeri esiste almeno un numero che non è successore di alcun numero della classe”, ovvero ogni classe non vuota di numeri ha un primo elemento. Profondissime e originali sono pure le note e memorie di Pieri sui fondamenti della geometria, presentate da Peano all’Accademia delle Scienze di Torino, che fanno dire a Russell nel 1903:

“In ciò che segue, sono debitore principalmente a Pieri, *I principii della geometria di posizione*, Torino 1898. Questa è la migliore opera sul tema qui considerato.”

La partecipazione di Peano e dei suoi collaboratori ai congressi internazionali di matematica, di filosofia, di didattica, di storia della scienza e di linguistica fra il 1900 e il 1928 è sempre più assidua e oltre ai loro lavori, numerosi sono pure gli articoli e i saggi che gli stranieri, in particolare L. Couturat, E. Schröder, B. Russell, O. Veblen, E. Huntington, E.H. Moore, A. Ziwet, P. Jourdain, W.M. Kozłowski, S. Dickstein e E. Stamm pubblicano nella prima decade del Novecento, illustrando, richiamando o difendendo l’operato della Scuola torinese di logica. È molto ampio l’elenco degli scritti di logica matematica e fondamenti realizzato nella cerchia di Peano e riportato con orgoglio dal matematico cuneese al termine del suo articolo *Formules de logique mathématique* sulla “Rivista di Matematica” del 1900 e nella *Bibliographia de Logica-Mathematica post anno 1900*, inserita nella prefazione dell’ultima edizione del *Formulario* nel 1908. E l’entusiasmo dei discepoli si manifesta in numerose occasioni. Vacca scrive ad esempio al suo amico Vailati il 6 aprile 1905:

“Ora parecchi già conoscono o almeno cominciano a gustare quelle teorie

meravigliose alla nascita delle quali ho assistito con una gioia che pochi potranno provare”

e Pieri nel discorso inaugurale del 1906/07 all'Università di Catania, dove cerca di fare proseliti al nuovo indirizzo logico:

“... il simbolismo logico-matematico acquistava un'elasticità ed un potere non mai raggiunto prima, ricevendo – per opera del pr. Peano e della Sua scuola – uno sviluppo così ragguardevole, da suscitare nella critica forestiera e nostrale un vivo interesse, e buon numero di appassionati fautori ed oppositori.”

In queste righe si allude agli attacchi degli idealisti italiani, in particolare di Benedetto Croce sulle pagine del *Leonardo*, cui rispondono G. Vailati e G. Vacca, e alle critiche di Poincaré all'indirizzo logicista sulla *Revue de metaphysique et de morale*, cui si è già accennato.

Documenti

Giuseppe Peano, 1898g, *Logica matematica*, Verhandlungen des Ersten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich vom 9 bis 11 August 1897, herausgegeben von Ferdinand Rudio, Leipzig, Teubner, 1898, p. 299 - BSM Torino, coll. INTCM 1898 RUDI 1, 25 cm.

Giuseppe Peano, 1898h, *Ernst Schröder, Über Pasigraphie, ihren gegenwärtigen Stand und die pasigraphische Bewegung in Italien*, Verhandlungen des ersten internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich vom 9 bis 11 August 1897, R.d.M., 6, 1898, pp. 95-101 - BN Torino, coll. 51-31.

Alessandro Padoa a Giovanni Vailati, Roma 4 dicembre 1899 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCCXVII, c.p.

Carissimo amico, Le chiedo scusa di aver tardato tanto a rispondere alla graditissima Sua del 18 scorso che mi fornisce anche un'immagine di Siracusa. Non ho visto l'opuscolo di cui mi parla e La ringrazio di avermelo segnalato; scrivo all'A. chiedendogliene un esemplare. Da un annuncio inserito in un vecchio giornale di Matematica (del '98) rilevo che il Cong. Mat. di Parigi era fissato dal 6 al 12 agosto '900; si invitavano i matematici ad inviare la loro adesione senza impegno con la formola “il est probable que j'assisterai au Congrès de Paris” all'indirizzo “M. le President de la Société Mathématique de France - Rue des Grands Augustins, 7 - Paris”. Io mando ora l'adesione condizionale; tanto a sua norma. Ho chiesto di tenere un Corso di Conferenze all'Università su “I principii fondamentali dell'Algebra e della Geometria”. Della Logica Matematica mi varrò come strumento, ma non l'ho messa in vista nel titolo del Corso. Mi sovviene ora che non le ho mai detto niente d'un mio colloquio col Prof. Masci e della relazione di quella tal Commissione; gliene scriverò tra breve perché ne val la pena, umoristicamente parlando. Mia moglie e Baldo la salutano. Se l'acqua è malsana la faccia bollire. Gradisca una cordiale stretta di mano dal suo aff.mo A. Padoa

Alessandro Padoa a Giovanni Vailati, Roma 31 gennaio 1900 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCCXL, c.p.

Carissimo Professore, ho gradita la sua del 28 corr. Ho ricevuto anch'io, inviatomi dal Couturat, il fascicolo di cui mi parla ed ho letto l'articolo *Sur une définition* ecc., che a me pure è sembrato superficiale; vi è uno strano miscuglio di considerazioni *logiche* e *psicologiche*, per cui ne riesce confuso il concetto di *idea primitiva*. Prima di ricevere la gradita Sua ne avevo anzi scritto al Peano - del quale manco di notizie da parecchi giorni e temo sia influenzato - chiedendogli se gli sembrasse opportuno replicare cortesemente. Nulla sapevo della nomina del Pieri, e chi gli succederà a Torino? Se pubblicherò la prolusione del mio Corso non mancherò naturalmente di mandargliene un esemplare. Lunedì feci la seconda lezione; v'era una ventina di ascoltatori, numero più che soddisfacente. Ho già spiegata l'ideografia logica, che piacque; molte diffidenze sono già vinte. E sempre avanti! In quel tal concorso fui classificato con 56/70; è curiosa la dichiarazione che invano hanno cercato nei miei lavori *la dimostrazione della possibilità* dell'algoritmo logico, come se tale dimostrazione non fosse implicita nell'uso fattone! Metafisici! Saluti affettuosi A. Padoa

Lietissimi se la potremo vedere a Pasqua. Noi non ci muoveremo. Mia moglie e l'illustre piccolo Baldo ricambiano i saluti. Congratulazioni per la Fisica, auguri per la libera docenza.

Giuseppe Peano, 1901a, *Les définitions mathématiques*, Congrès international de philosophie, Paris 1900, v. 3, *Logique et Histoire des Sciences*, Paris, A. Colin, 1901, pp. 279-288 - BSM Torino, estratto.

Cesare Burali-Forti, *Sur les différentes méthodes logiques pour la définition du nombre réel*, Congrès international de philosophie, Paris 1900, v. 3, *Logique et Histoire des Sciences*, Paris, A. Colin, 1901, pp. 289-307 - BDM Milano, estratto.

Alessandro Padoa a Giovanni Vailati, Roma 12 gennaio 1901 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCCXXV, c.p.

Carissimo Vailati, rispondo un po' in ritardo alla graditissima tua del 2 corr. Oltre alla genialità del tuo impegno e della tua cultura, io apprezzo sempre più la squisita bontà del tuo animo, di cui è nuova prova la sollecitudine con la quale mi additi gli scritti in cui il mio nome è ricordato. Grazie di cuore. Ebbi anch'io dal Couturat l'estratto da "L'Enseignement mathématique" e, dopo il tuo avvertimento chiesi ed ho già ricevuto dal Cout. il numero della "Revue de Mét. et de Morale" dedicato al congresso di filosofia. Nella biblioteca Vittorio Emanuele, che tu mi invidii, ma di cui usufruisco poco per il pochissimo tempo di cui dispongo e per il suo pessimo servizio - vidi il N.° indicato della Revue de Philosophie di Ribot. Non vidi ancora quello della Rivista di Cantoni e procurerò vederlo, forse oggi; forse che contiene il tuo resoconto? veramente io ho mancato non fornendoti i dati richiesti. Scrissi a Vacca a Napoli immediatamente; non lo vidi e non ebbi risposta. Vedo Volterra a lunghi intervalli. Ieri ho iniziato a S. Pietro in Vincoli un

corso di letture scientifiche *Sui principii della geometria* con una prolusione in cui ho parlato *Di alcuni recenti studi intorno alle idee geometriche fondamentali*. Per Carnevale non ci moveremo. Ti saluto cordialmente. A. Padoa.

Pierre Boutroux, *Sur la notion de correspondance dans l'analyse mathématique*, R.M.M., 12, 1904, pp. 909-920 - BN Torino, coll. 63-55.

Henri Poincaré, *Les Mathématiques et la Logique*, R.M.M., 13, 1905, pp. 815-835 - BN Torino, coll. 63-55.

Giuseppe Peano, 1906b, 1906e, *Super theorema de Cantor-Bernstein, Additione*, 31 Martio 1906, 23 Augusto 1906, Rendiconti del Circolo matematico di Palermo (G. B. Guccia), 21, 1906, pp. 360-366; R.d.M., 8, 1906, pp. 136-157 - BN Torino, coll. 51-31.

Louis Couturat a Giuseppe Peano, Bois-le-Roi 3 maggio 1906, edita in Luciano, Roero 2005, pp. 105-108 - BC Cuneo, Archivio Peano N. 101226, cc. 1r-3r.

Cher Monsieur, Je vous remercie de l'envoi de votre article de Palermo, ainsi que de la flatteuse mention que vous y avez fait de mon travail. Cette fois j'ai beaucoup mieux compris votre théorie, parce qu'elle est expliquée plus longuement que vous ne pouviez le faire dans une lettre. Cet article est un excellent "Exercice de logistique", et vous ferez bien d'en publier encore quelques-uns de ce genre, puisque votre article de 1895 (*Am. J. of Math.*) n'as pas suffi à instruire les mathématiciens. Je n'ai qu'une ou deux remarques insignifiantes à vous soumettre. La P6 élimine le produit logique des classes, mais non celui des propositions, qui paraît devoir être une notion primitive. - Dans la P qui suit la P17, je ne vois pas comment vous obtenez $Zu \supset u \cup gZu$, qu'il s'agit justement de démontrer (P18). Vous déduisez, si je comprends bien, P18 de P17 en substituant $u \cup gZu$ à V; or vous semblez invoquer, dans cette déduction (ligne 7 de la p. 4) la thèse à prouver. - En somme, le principe d'induction est transformé en définition de Zu (dans P4 ou P6). Zu ressemble beaucoup, si je ne me trompe, à la "chaîne" (Kette) de Dedekind. Avez-vous essayé de reconstruire logistiquement la théorie de Dedekind ? Je crois qu'elle reviendrait à celle que vous exposez ici. - Je ne sais pas ce que M. Poincaré pensera de celle-ci. Il a déjà envoyé à M. Léon une réponse à moi, à M. Pieri et à M. Russell (*Proc. of Lond. Math. Soc.*). Il est bien pressé; je doute qu'il ait pris le temps d'étudier sérieusement la Logistique, comme je l'y ai invité.

Sur la question de la compatibilité des axiomes arithmétiques, votre réponse (p. 6) est celle du bon sens. Mais je doute qu'elle satisfasse les "intuitionnistes", car ils diront: "Vous faites appel à l'intuition pour constater l'existence logique des nombres entiers."

Sur votre *Latino*, je remarque que vous employez le signe du pluriel dans les cas de nécessité, ce qui montre qu'il est indispensable. Je trouve que la distinction de l'infinitif et de l'indicatif manque, et serait utile à la clarté: vous dites: "suffice de scribe", or ce *de* n'a aucune raison d'être logique. - L'usage des prépositions (par ex. de *per*) est flottant et ambigu, comme dans le latin et les langues romanes. L'Esperanto a des prépositions

de sens plus précis (ex: *pri, pro, por.*) - Mais le défaut capital du *Latino sine flexione*, est l'irrégularité des dérivations, ce qui est inévitable, du moment qu'il emprunte ses mots *tout formés* au latin et aux langues romanes. Par ex. vous avez *proba* verbe et substantif (ce qui est d'ailleurs équivoque); et d'autre part, vous avez *demonstra* verbe, et *demonstratione* substantif. Pourquoi ? Tout simplement parce que le latin dit cela, mais sans aucune raison logique. Par conséquent, pour *apprendre* (je ne dis pas pour *lire*) le *Lat. s. fl.* [*Latino sine flexione*] il faut savoir le latin, ou faire le même effort que pour apprendre le vocabulaire latin. - Au contraire, en Esperanto toutes les dérivations sont régulières et uniformes et une des plus belles règles de dérivation est celle qui substantifie l'idée verbale par le simple changement de la finale: *pruvi* = prouver, *pruvo* = preuve; etc. Quel contraste avec la multiplicité des suffixes équivalents du latin et des autres langues naturelles ! Si L'Esperanto est moins simple *comme grammaire* que le *Latin*, il est en revanche incomparablement plus simple *comme vocabulaire*: et c'est là le plus important, au point de vue pratique. - Vous excuserez ces réflexions critiques que je vous communique librement, comme en conversation. - Je vais terminer mon cours par l'exposé de votre système et de celui de Russell. Je m'occupe en ce moment de Frege. Veuillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes sentiments bien dévoués. Louis Couturat

P.S. Le journal *Progres* a publié votre appréciation sur l'*Idiom neutral*.

P.S. Je reçois à l'instant les épreuves de l'article où M. Poincaré nous répond ... ou fait semblant de nous répondre, car il ne dit rien de solide ni de nouveau. Il écrit sur vous des jugements d'une superficialité manifeste; il avoue n'avoir pas lu et ne vouloir pas lire les 300 pages du *Formulaire*. Habemus confitentem reum. Du reste, son article s'adresse beaucoup plus à M. Russell qu'à vous. On m'a dit que M. Russell a l'intention de répondre.

Giovanni Vacca, *In difesa della matematica*, Leonardo, 3, 1905, pp. 120-122 - BN Torino, coll. BNT 90.d.2185.

Giuseppe Peano, 1928a, *De aequalitate* in *Proceedings of the International Mathematical Congress held in Toronto*, August 11-16, 1924, ed. by John Charles Fields, v. 2, Toronto, University of Toronto Press, pp. 988-989 - BSM Torino, coll. INTCM 1928 FIEL 7.2, 30 cm.

Giuseppe Peano a Carola Crosio Peano, Lyon 29 giugno 1924 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. M/2010, c. p.

29. VI. ore 17. Stamane arrivammo qui. Io non dormii la notte. Alle 10 ci fu riunione. Ognuno parlava una lingua che non conosceva, i giapponesi in francese, i cinesi in inglese; ognuno capiva se stesso. Stassera pranzo offerto dal Municipio. Poi vado a dormire. Giuseppe

Giuseppe Peano a Carola Crosio Peano, Lyon 1 agosto 1924 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. M/2009, c. p.

Finora non ho ricevuto notizie tue. Io benissimo. Il 29 sera la città di Lione ci diede un gran pranzo. Ieri 30 io parlai al Congresso. Alle 17 ebbimo un ricevimento presso i Cinesi. Parlarono, cantarono e suonarono in cinese; ci diedero il te, e paste dolci cinesi. Sono molto gentili. Hotel Lugdunum. Giuseppe

Giuseppe Peano a Carola Crosio Peano, Paris 2 agosto 1924 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. M/2011, c. p.

ore 7. Ieri girai per Parigi, coi colleghi. Severi pagò a ognuno di noi le lire duemila. Porterò molti denari a casa. Fra poco, alle 9,30, partiamo con treno speciale pel battello; e di lì in America, ove fra 7 giorni riceverò tue notizie. Giuseppe

Giuseppe Peano a Carola Crosio Peano, Montreal 11 agosto 1924 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. M/2007, c. p.

Cara Nina, Eccomi al termine dell'andata. Tutto bene. Viaggio felice, e che passò in un momento. Ti scrivo da Montreal. Ieri venimmo qui. Costumi molto diversi. Il prof. Fields, capo del Congresso, molto gentile. Qui trovammo Pincherle, Fubini, Tonelli e Maggi. Non ricevuto tue lettere. Giuseppe

Giuseppe Peano a Carola Crosio Peano, Toronto 16 agosto 1924 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. M/2008, c. p.

Il Congresso sta per terminare. Stassera pranzo. Domattina parto per New York. Mi fermerò pochi giorni; poi ritorno. L'America è simile ai nostri paesi, sono però molto contento di esserci venuto. Arrivederci. Giuseppe.



Cartolina di G. Peano alla moglie, Toronto 12 agosto 1924



Corrado Segre, 1863-1924

A fare da contraltare all'entusiasmo e all'atmosfera di febbrile attività che si respira nella scuola di Peano e ai riconoscimenti che arrivano da più parti sono le opposizioni sempre più accese che Peano incontra agli inizi del Novecento nei rapporti con i suoi colleghi dell'Università di Torino. Le critiche riguardano il metodo di insegnamento che, dopo l'uscita del *Formulario*, Peano va adottando, fermamente convinto della validità che il simbolismo e la logica matematica offrono alla chiarezza, al rigore e alla semplicità delle dimostrazioni matematiche. Anche sull'uso dei vettori nelle applicazioni del calcolo infinitesimale i colleghi oppongono inizialmente resistenze e nel 1900 è respinta in Facoltà la proposta di Peano di richiamare a Torino Mario Pieri, che aveva vinto il concorso a cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva all'Università di Catania. Alcune polemiche, indicative di punti di vista differenti e per certi versi complementari nel fare ricerca matematica, sorte negli anni novanta dell'Ottocento, avevano segnato un solco profondo fra la Scuola di geometria algebrica, guidata da Corrado Segre, e quella di logica, che ruotava attorno a Peano, con ripercussioni in ambito locale e nazionale. La *Pitareide torinese*, come inizialmente era denominata la cerchia dei matematici che solevano riunirsi a discutere all'American Bar, si era frantumata in due parti, guidate rispettivamente da Segre e da Peano.

Il momento però più cruciale della vita universitaria di Peano è l'accesa discussione sollevata dai geometri algebrici C. Segre, G. Fano e D'Ovidio e dal fisico matematico C. Somigliana nella seduta del 17 marzo 1910 della Facoltà di Scienze matematiche fisiche e naturali di Torino. Il preside Corrado Segre e il segretario Gino Fano sostengono l'inadeguatezza di Peano a insegnare Analisi superiore, il corso che teneva per incarico dall'a.a. 1908-09, e ad avviare i giovani alla ricerca in questo campo, sia per il carattere frammentario delle lezioni, sia per l'utilizzo della logica matematica e del *Formulario*, adottato ormai da tempo come principale libro di testo:

“I due corsi di analisi superiore svolti dal Prof. Peano in questi anni peccano, secondo il mio modo di vedere - afferma Segre - per ragioni che si spiegano perfettamente con ciò che ho premesso. Essi hanno un carattere frammentario, saltuario, svolgono cioè nelle varie lezioni (tranne eccezioni non rilevanti) argomenti staccati, che sembrano scelti a caso, senza che mai, o quasi mai, sia approfondita qualcuna di quelle teorie che comunemente si designano col nome di analisi superiore. Si tratta invece qui ciascun argomento solo per quel tanto che la Logica matematica, o il *Formulario*, quali furono visti fino ad oggi, possono

dare. Il *Formulario* è il principale testo per gli studenti di analisi superiore della nostra Facoltà. Ora ciò non corrisponde a ciò che, secondo me, deve essere un tale corso. Non così i giovani di valore possono essere indirizzati a fare ricerche elevate nell'analisi superiore. Così non impareranno altro, se non l'indirizzo critico in cui il Prof. Peano è maestro, non l'indirizzo costruttivo, che è essenziale in questa materia."

Nella sua replica Peano insiste soprattutto sulla sua convinzione che "il rigore è primo, imprescindibile attributo di ogni ricerca matematica" e che "sono perciò da preferire quei metodi e quegli strumenti che meglio consentono di garantirsi contro la possibilità di venirvi meno". Afferma inoltre di aver trattato a lezione alcune ricerche recentissime, che hanno dato luogo a contributi originali di suoi studenti. In effetti sotto la sua guida Margherita Peyroleri, Maria Gramegna e Vincenzo Mago pubblicano alcuni risultati di rilievo, desunti dalle loro tesi di laurea sul calcolo delle differenze finite, sui sistemi infiniti di equazioni differenziali ordinarie e sulla teoria dei fini.

Solo quattro giorni prima della seduta di Facoltà, il 13 marzo 1910, Peano aveva presentato all'Accademia delle Scienze di Torino la nota di Maria Gramegna sui sistemi di infinite equazioni differenziali, dalla quale emergeva esplicitamente l'utilizzo del simbolismo nel corso di Analisi superiore, ma anche l'originalità dei risultati.

Negativo è però l'esito per il logico piemontese che vede, in una successiva adunanza, affidato l'incarico di Analisi superiore a Guido Fubini, all'epoca docente al Politecnico di Torino, che dal 1907 svolgeva ricerche sulla geometria proiettiva differenziale e con Segre confrontava i suoi metodi di indagine e i risultati. Fubini, che non aveva ancora ottenuto la conferma a professore ordinario, pensava di trasferirsi in un'altra sede universitaria, come confidava a Pieri nel novembre del 1909, e i suoi amici si prodigano per evitare questo distacco, pilotando la decisione presa in Facoltà.

Peano, che esprime a Vacca nell'aprile del 1910 tutta l'amarezza per la vicenda subita, decide di tenere un corso libero e gratuito di Analisi superiore, che in realtà finirà poi per non svolgere, e presenta un breve programma, dal quale emerge il suo forte spirito democratico nei confronti degli studenti:

"Programma di Corso libero di Analisi superiore per l'anno 1910-11, presso la R. Università di Torino. Studio storico e critico dell'Analisi infinitesimale, e suoi complementi. Sarà interpolata al corso la trattazione di alcune questioni recentissime di analisi superiore, a scegliersi a seconda delle attitudini e gusti degli studenti. Propongo per l'orario: martedì, giovedì, e sabato, ore 15. Torino 25 marzo 1910. G. Peano, prof. Ordinario di Analisi infinitesimale."

Ora che non può più avviare i giovani alla ricerca, egli rivolgerà le sue energie al mondo della scuola e alla lingua internazionale.

Documenti

Corrado Segre, *Su alcuni indirizzi nelle investigazioni geometriche. Osservazioni dirette ai miei studenti*, R.d.M., 1, 1891, pp. 42-66 - BSM Torino, coll. 1259.

Giuseppe Peano, 1891h, *Osservazioni del Direttore sull'articolo precedente*, R.d.M., 1, 1891, pp. 66-69 - BSM Torino, coll. 1259.

Lezioni di Calcolo infinitesimale tenute dal prof. G. Peano nella R. Università di Torino, Stenografate da Igino De Finis, Torino, Tipolitografia G. Paris, 1904, 220 p. - BDM Milano, coll. 26.1904.05, 24 cm.

Maria Gramegna, *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 45, pp. 469-491 - BN Torino, coll. M V E 6677.

ASUT, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, Verbale N. 267 del 17 Marzo 1910. Estratto: *Circa il Corso di Analisi superiore tenuto per incarico dal Prof. Peano*, pp. 123-126.

Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, 24 aprile 1910, edita in Osimo 1992, lett. 105 - Archivio privato Vacca, c. 1r.

Caro amico, fui in viaggio durante 15 giorni, fino a Berlino, e solo ora potei leggere la sua lettera e i suoi interessanti e originali scritti sopra gli estratti e sopra i fascicoli. Continui così a estrarre e pubblicare le vastissime cognizioni che Ella ha raccolto in tanti rami. Io abbandono l'insegnamento superiore, contro la mia volontà e con dolore. Ho fatto tutte le mie lezioni, procurando di interessare gli allievi, che si sono effettivamente interessati. Ho procurato di vivere d'accordo coi colleghi, da cui dipendo. Ma questi vogliono che io abbandoni i simboli, che non parli più del *Formulario* e altro ancora. Rifiutai ogni conferma in tali condizioni. Facevo quel corso per piacere e non per interesse. Così è finita. Difficilmente farò ancora uscire un volume della *Rivista*. Ho lavorato abbastanza, ed ho diritto di riposare, tanto più che i colleghi ritengono le mie teorie pericolose. La difesa del *Formulario* la faccia chi vuole. Del resto esso è un libro già abbastanza noto, e non muore più. Può essere che io dedichi questi ultimi anni all'interlingua o al giardinaggio. Mi raccomando adunque che Ella lasci nulla di intentato per ottenere quel posto a Roma, o altro al più presto, perché le avversità possono capitare quando meno si aspettano. Guarderò se posso trovare la citazione di Peacock. Io sono socio della società filosofica di Genova; mi sono iscritto con grandi idee, ma non ho più volontà di lavorare. Mi creda suo affezionatissimo G. Peano

Giuseppe Peano, 1910a, *Sui fondamenti dell'Analisi*, Bollettino della Mathesis, Padova, 1910, giugno, pp. 31-37 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1911b, *Sulla definizione di funzione*, 8 gennaio 1911, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, s. 5, 20, 1911, pp. 3-5 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1911d, *Le definizioni in matematica*, Arxivs de l'Institut de ciencies, Barcelona, Institut d'Estudis Catalans, 1, 1911, pp. 49-70 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1913e, *Sulla definizione di limite*, Adunanza del 13 Aprile 1913, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1912-1913, 48, 1913, pp. 750-772 - BSM Torino, estratto.

Giuseppe Peano, 1915i, *Le grandezze coesistenti di Cauchy*, Adunanza del 13 Giugno 1915, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1914-15, 50, 1915, pp. 1146-1155 - BDM Milano, estratto.



Peano a Superga con allievi e colleghi, 1928

Animato dalla volontà di “volgere i progressi della Scienza a beneficio della Scuola”, come molti suoi colleghi in Italia e all'estero, Peano promuove una serie di iniziative atte a favorire un fecondo dialogo fra il mondo accademico e quello degli insegnanti, creando ‘libere palestre’ di discussione scientifica.

La *Rivista di Matematica* che egli fonda nel 1891 ha fra i suoi obiettivi programmatici quello di ‘perfezionare i metodi di insegnamento’ e nei suoi otto volumi ospita accanto ad articoli di ricerca numerosi interventi sulla critica dei principi, sulla storia dei concetti e delle teorie matematiche, su questioni filosofico-didattiche e recensioni o segnalazioni di testi scolastici.

Attento da sempre alle problematiche educative, Peano è assiduo ai congressi e alle riunioni della *Mathesis*, la prima associazione italiana degli insegnanti di matematica, che è fondata a Torino nel 1895 da Rodolfo Bettazzi, Aurelio Lugli e Francesco Giudice, docenti di scuole secondarie superiori. Egli coglie l'occasione per presentare in queste sedi il progetto del *Formulario* e del *Dizionario di Matematica*, di cui nel 1901 ha completato, in collaborazione con i suoi allievi Vacca, Vailati e Padoa, la parte dedicata alla logica.

In seguito al trasferimento della *Mathesis* a Pavia, Peano inaugura il 27 febbraio 1915, insieme a T. Boggio e M. Bottasso, le *Conferenze Matematiche Torinesi* che per almeno una decina di anni vedranno riunirsi, il sabato pomeriggio, in un'aula dell'Università, una quarantina di insegnanti. Al collega di Napoli Roberto Marcolongo scrive in proposito il 24 dicembre 1918:

“Per mio conto non accompagno gli studenti alla laurea, e quindi ho nulla da fare. Perciò impiantai le Conferenze matematiche all'Università, lasciando libero accesso ai soli professori o giovani laureati. Sono molto frequentate. Di tanto in tanto qualcuno prende lo spunto per una pubblicazione, e tutti gli intervenuti mi sono vivamente grati, e dichiarano di imparare moltissimo da queste conferenze fra eguali.”

Traggono origine da questi incontri numerosi libri di testo per le scuole, redatti dagli allievi di Peano, e molti articoli che egli presenta all'Accademia delle Scienze di Torino, all'Accademia dei Lincei, oppure fa pubblicare sulle riviste di didattica, come il *Bollettino Mathesis*, il *Periodico di Matematica*, il *Bollettino di Matematica*, la *Rassegna di Matematica e Schola et Vita*.

Appartengono a questo periodo le ricerche sul calcolo numerico, sulle approssimazioni,

sui logaritmi e sulle tavole relative, compiute dalle allieve-insegnanti della Scuola di Peano, Rosetta Frisone, Virginia Vesin, Luisa Viriglio, Gilda Mori Breda, Tiziana Comi, Maria Destefanis, che prendono spunto dai suggerimenti e dai lavori del maestro.

La volontà di Peano di creare un dialogo con le strutture scolastiche si concretizza nella sua attiva partecipazione come presidente agli esami di maturità in varie sedi d'Italia e negli ultimi anni nell'organizzazione di specifici corsi per i neo-laureati che devono sostenere i concorsi a cattedra. Dal 1925, infatti, aveva scelto di scambiare con F. Tricomi il suo insegnamento di Calcolo infinitesimale con quello di Matematiche complementari, che amava presentare dicendo agli studenti che avrebbe insegnato loro “a trasformare la matematica in pane”. Ai docenti delle scuole e ai membri della *Mathesis* Peano raccomanda la ricerca del rigore e della semplicità, l'economia di linguaggio, privo di ridondanze e circoli viziosi, e l'utilizzo di ogni mezzo, intellettuale o pratico, atto a suscitare nei giovani l'interesse per la matematica. Egli consiglia per esempio di trarre spunti divertenti e curiosi dalla realtà quotidiana o dalla letteratura scientifica del passato, inventando giochi e problemi capziosi. Se si scorre il divertente volumetto *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, edito da Paravia nel 1924, si coglie la ricchezza delle fonti storiche consultate: Tartaglia, Leonardo Fibonacci Pisano, Ibn Albanna, Teone di Smirne, lo scriba egizio Ahmes del papiro Rhind, Euclide, Bachet de Meziriac, Euler, Poncelet, Fourier, Cauchy, Macrobio, Metone, Gauss, ... Nella conclusione, rivolgendosi agli insegnanti Peano scrive (1924, p. 63):

“L'insegnante di buona volontà potrà combinare problemi simili e migliori dei precedenti, onde rendere attraente lo studio. La differenza fra noi e gli allievi affidati alle nostre cure sta solo in ciò, che noi abbiamo percorso un più lungo tratto della parabola della vita. Se gli allievi non capiscono, il torto è dell'insegnante che non sa spiegare. Né vale addossare la responsabilità alle scuole inferiori. Dobbiamo prendere gli allievi come sono, e richiamare ciò che essi hanno dimenticato, o studiato sotto altra nomenclatura. Se l'insegnante tormenta i suoi alunni, e invece di cattivarsi il loro amore, eccita odio contro di sé e la scienza che insegna, non solo il suo insegnamento sarà negativo, ma il dover convivere con tanti piccoli nemici sarà per lui un continuo tormento. Ognuno si fabbrica la sua fortuna, buona o cattiva. Chi è causa del suo mal, pianga sé stesso. Così disse Giove, e lo riferisce Omero (*Odissea* I, 24). Con questi principii, caro lettore e collega, vivrai felice.”

Le lezioni degli ultimi anni, rivolte a coloro che sarebbero andati ad insegnare, e le conversazioni con i discepoli che frequentano settimanalmente casa sua riflettono la sua profonda cultura:

“Come professore Peano era un esempio raro: insegnava matematica con metodo storico preciso e infondeva negli allievi, senza alcuna coercizione, amore per la scienza e per lo studio. *Noi non dobbiamo* – disse un giorno ad un amico – *noi non dobbiamo, anche insegnando matematica tormentare i giovani, ma infondere in loro con gioia l'amore per la scienza, per ogni scienza, poiché tutte hanno uguale importanza.* ... Le conversazioni con Peano erano ricercate da amici, allievi e da ogni uomo di cultura. E forse per soddisfare questo desiderio e anche questa

necessità dei suoi ammiratori, egli accoglieva in casa sua, un giorno la settimana, amici e discepoli. Come accadeva già nelle scuole degli antichi filosofi, Peano parlava con profonda sapienza e uguale cura di ogni cosa: di matematica e di letteratura, di fisica e di filosofia, cioè, secondo una sua frase consueta, *di tutte le cose e di altro ancora*.” (Gliozzi 1932, p. 255)

Dopo una brillante carriera di matematico geniale, che era riuscito ad attirare l'attenzione dei più illustri colleghi internazionali, il grande logico finisce per prodigare le sue doti di semplicità, chiarezza e rigore a favore della scuola e degli insegnanti. Riprendendo la frase evangelica che un profeta non gode stima nella sua patria, Peano sorvola sulle critiche dei colleghi e, anziché lagnarsi, con saggezza ripete ai giovani di lavorare molto:

“ci si deve ricordare che *nemo propheta in patria*; e che come l'uno nasce ricco e l'altro povero, l'uno è sano, e l'altro indisposto, e ciò senza ragione, così gli onori sono distribuiti a casaccio. Bisogna prendere il mondo com'è, fare sempre il proprio dovere, lavorare, e così, se non subito, chi ha lavorato e pubblicato, finisce sempre per essere più apprezzato di chi fa nulla.” (Peano a F. Amodeo, 28.12.1916)

Fra gli esponenti della Scuola di Peano che condividono i suoi assunti pedagogici e si impegnano fattivamente nel rinnovamento degli ordinamenti e dei programmi e nella produzione di pregevoli libri di testo spiccano G. Vailati, R. Bettazzi, A. Padoa e C. Burali-Forti. Le loro proposte saranno in parte recepite a livello istituzionale dalla Commissione reale sull'insegnamento della matematica e dall'International Commission on Mathematical Instruction.

Documenti

Giuseppe Peano, 1915e, *Definizione de numeros irrationale secundo Euclide*, Bollettino della Mathesis. Società italiana di Matematica, Pavia, Aprile 1915, pp. 31-35 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1918b, *Tavole numeriche. Quadrato, Cubo, Radice quadrata e cubica, Logaritmo, Reciproco, Seno, Coseno, Tangente, Cotangente, Logaritmi naturali, Tavole di interesse, ecc.,*. Torino, UTET, 1918, 35 p. (ristampa 1920; nuova ristampa 1922; nuova edizione completamente riveduta 1925; ristampa 1929; nuova ristampa 1931) - BSM Torino, coll. PEANO 1920 TAVN(b), 19 cm.

Giuseppe Peano, 1919b, *Risoluzione graduale delle equazioni numeriche*, Adunanza del 11 Maggio 1919, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1918-19, 54, 1919, pp. 795-807 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1921e, *Area de rectangulo*, Rassegna di Matematica e Fisica, Roma, a. 1, 1, 1921, n. 8-9, pp. 200-203 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc B 799 (31).

Giuseppe Peano, 1922t, *Operationes super magnitudines*, Augusto 1922, Rassegna di Matematica e Fisica. Periodico mensile dell'Istituto G. Ferraris (V. Franci, E. Gradara,

G. Puma, M. Puma), Roma, 1° Ottobre, a. 2, 1922, pp. 269-283 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc. B 800 (18).

Giuseppe Peano, 1924a, *Theoria simplice de logarithmos*, Wiadomosci matematyczne, Warszawa, 26, 1924, pp. 53-55 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Miscellanea B 801(18).

John P. Bidlake, *Practical arithmetic for the use of schools and private students*, London, Allman, 1869 - BDM Milano, coll. D72.1869.01, 22 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Edouard Lucas, *Recréations mathématiques*, vol 1, *Les traversées; Les ponts; Les labyrinthes; Les reines; Le solitaire; La numération; Le baguenaudier; Le taquin*, Paris, Gauthier-Villars et fils, 2^a ed., 1891 - BSM Torino, coll. RARI 1891 LUCA 1, 21 cm.

Giuseppe Peano, 1924b, *Giochi di Aritmetica e problemi interessanti. Operazioni curiose - Indovinelli aritmetici - Abaco - Operazioni aritmetiche semplificate - Problemi sul calendario (anni, mesi, giorni della settimana, età della luna, Pasqua) - Problemi pratici*, Torino, Paravia, 1924 - Acc. Sci. Torino, coll. Misc.B.803(5), 22 cm.

Tschu Shi Kih, *Aritmetica*, vol. 1 - Acc. Sci. Torino, coll. XNA.016.

Giuseppe Peano, 1926c, *Quadrato magico*, Schola et Vita, a. 1, 1926, Settembre, pp. 84-87 - BSM Torino, coll. P005 a 387.

Giuseppe Peano, 1926d, *Jocos de Arithmetica*, Schola et Vita, a. 1, 1926, Ottobre et Novembre, pp. 166-173 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1927a, *De vocabulo Mathematica*, Rivista di matematica pura e applicata per gli studenti delle scuole medie (D. Palermo, A. Zappalà), Reggio Calabria, 15 aprile, 2, 1927, p. 212 - BDM Milano, estratto.

Sebastiano Catania, *Aritmetica razionale*, Catania, Giannotta, 1914 - BDM Milano, coll. DZ4.1914.01, 18 cm.

Ugo Cassina, *Calcolo numerico con numerosi esempi e note storiche originali*, Bologna, Zanichelli, 1928 - BSM Torino, coll. RARI 1928 CASS, 24 cm.

Fausta Audisio, *Calcolo di π colla serie di Leibniz*, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, s. 6, 11, 1930, pp. 1077-1080 - BSM Torino, coll. 151.d.

Alessandro Padoa, *Aritmetica intuitiva*, Milano, Sandron, 1930 - BDM Milano, coll. DZ3.1923.1, 18 cm.

L'Esposizione Universale inaugurata a Parigi nel maggio del 1900, e i molteplici congressi internazionali e le riunioni di società professionali che si susseguono a lato dell'importante manifestazione, riportano all'attenzione generale la necessità di una lingua ausiliaria internazionale, "destinata a servire alle relazioni scritte e orali tra persone di lingue materne differenti". Peano si lascia coinvolgere dal filosofo e amico Louis Couturat, che condivide con lui ideali progressisti e umanitari, a prodigare energie nel progetto di costituzione di questa lingua. Pubblica così sulla *Rivista di matematica* del 1903 il primo articolo sul *latino sine flexione*, la lingua ideata sulla falsariga di un progetto di Leibniz, che semplifica il latino classico, privandolo delle desinenze dei sostantivi e degli aggettivi, e delle coniugazioni dei verbi. All'Accademia delle Scienze di Torino esplicita, pochi mesi dopo, il legame che unisce le sue ricerche linguistiche a quelle di logica.

Nel frattempo a Torino la vecchia accademia della lingua Volapük, propugnata nel 1879 dal sacerdote svizzero Johann Martin Schleyer, e denominata *Akademi Internasional*, si trasforma in *Academia pro interlingua* e Peano, che guida la proposta di lasciare a ciascun socio completa libertà di scelta sulla forma di lingua da promuovere e utilizzare, è eletto presidente nel dicembre 1908 e manterrà questo incarico fino alla morte. Peano, che ha grande padronanza del latino e del greco, compie studi di glottologia e di filologia e redigerà nel 1915 un *Vocabulario commune* latino-italiano-francese-inglese-tedesco, dove di quattordicimila vocaboli latini spiega il significato e l'origine, affiancandoli alle parole da essi derivate in numerose lingue indoeuropee.

Il suo scopo principale è la costituzione di un idioma utile al progresso della scienza e che faciliti la circolazione dei risultati fra l'Occidente e l'Oriente. Per questo sceglie nel 1906 di diffondere in *latino sine flexione* la quinta edizione del *Formulario Mathematico*. Nella tipografia che ha installato a Cavoretto si stampano gli opuscoli *Discussiones* e *Circulares* dell'*Academia pro Interlingua* che vengono spediti ai soci in Italia e all'estero. La rete di rapporti internazionali è molto ampia e i fascicoli mostrano il tentativo di propagare, in modo democratico, una lingua internazionale che faciliti i rapporti scientifici e culturali fra le nazioni e favorisca il progresso della civiltà, garantendo la felice convivenza dei popoli. È quanto emerge, ad esempio, dall'articolo *Stati Uniti della Terra* dell'8 marzo 1916 sulla Gazzetta del Popolo della sera, nella quale Peano si dichiara favorevole alla costituzione della Società delle Nazioni:

"Occorre che si muti l'alleanza in Confederazione fra Italia, Francia, Inghilterra,

Russia e quanti altri Stati i vorranno aderire, con un esercito unico; si stabiliscano le dogane fra l'uno e l'altro Stato e si eleggano i rappresentanti del popolo ad una Camera sopra-nazionale, che diriga gli affari comuni. Così ci assicureremo la vittoria prossima e si renderà impossibile ogni guerra futura fra Italia, Francia, Inghilterra e tutti gli altri Stati che faranno parte della Confederazione. Ognuno di noi sarà cittadino di questa Confederazione; avendo un solo tipo di moneta, cesseranno i cambi, quasi sempre sfavorevoli agli italiani. ... Questa Confederazione deve essere basata sull'eguaglianza dei diritti civili e politici di tutti i cittadini, e deve sostenere questi principii di libertà, di eguaglianza e di giustizia in faccia agli altri popoli, anche coi fatti."

Fra gli omaggi che sono inviati ai soci compaiono libretti curiosi, come la traduzione in *latino sine flexione* di un libretto inglese di Mary Crosland-Taylor sulla cucina vegetariana, che Peano prediligeva nell'ultimo periodo, come ricorda Lalla Romano in *Una giovinezza inventata*. A lui si deve la prefazione e il titolo *Coquina vegetale*, seguito dal sottotitolo

"uno libro pro omnes. Ede, bibe et es hilare. Bono notizia pro Mulieres, minus labore, minus expensa, meliore resultatu"

e l'affidamento della traduzione ad una sua allieva, Clementina Ferrero, che collaborava all'Accademia di Agricoltura di Torino.

Ad aiutare Peano nell'organizzazione dell'attività dell'*Accademia pro Interlingua* sono Giuliano Pagliero e Gaetano Canesi, rispettivamente direttore e tesoriere. Con il 1926 ai periodici torinesi si affianca come nuovo organo di stampa la rivista *Schola et Vita*, fondata e diretta a Milano da Nicola Mastropaolo, alla quale collaborano, oltre a Peano e alla sua cerchia di discepoli, numerosi colleghi e linguisti italiani e stranieri. Nel 1928 la rivista celebra, con un *Supplemento speciale*, il 70° compleanno di Peano, con interventi da tutto il mondo. Il fascicolo è donato in omaggio ai partecipanti del congresso internazionale dei matematici a Bologna, nel quale il *latino sine flexione* fa la sua comparsa fra le lingue ammesse. Cassina tiene in interlingua la sua comunicazione, che riceve per la facilità di comprensione gli elogi del presidente di sezione S. Dickstein. Sarà questo il successo più ampio riscosso dal *latino sine flexione*, una lingua che, dopo la morte di Peano, si avvierà ad un lento declino fino alla sua definitiva scomparsa, nonostante l'impegno profuso da Cassina, Canesi, Mastropaolo e Gliozzi per continuarne la diffusione tramite l'istituzione del *Fondo Peano pro Interlingua*.

Documenti

Louis Couturat, Léopold Leau, *Histoire de la langue universelle*, Paris, Hachette, 1903 - Acc. Sci. Torino, coll. E IX 61, 24 cm.

Giuseppe Peano, 1903c, *I. De latino sine flexione. II. Principio de permanentia*, 27 Augusto 1903, *Ex "Revue de Mathématiques" tomo 8, anno 1903*, Cavoretto (Torino), Tip. Cooperativa, 14 p. - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Miscellanea 55336 Rif. 128.

Giuseppe Peano, 1903d, *De latino sine-flexione: lingua auxiliare internazionale*, die 293 [20 Ottobre], R.d.M., 8, 1903, pp. 74-83 - BSM Torino, estratto.

Giovanni Vailati a Giovanni. Vacca, Crema 28 luglio 1904, edita in Lanaro 1971, p. 237-238 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CXLI, cc. 1r-2v.

Caro Vacca, grazie della tua lettera e delle indicazioni sull'opuscolo del padre Soave, mediante le quali ho avuto mezzo di trovarlo subito alla Biblioteca stessa di Crema. Farò ricerca anche di quello dello Sultzer; la *Scelta di opuscoli interessanti* di cui esso fa parte si trova certamente a Brera. Nel compilare quell'articolo-recensione sul Couturat (*Langue universelle*) che spedii giorni sono alla rivista del Cantoni, ho avuto occasione di rileggere la *Memoria* del Bellavitis e mi sono accorto che essa contiene assai più cose di quanto paia a primo aspetto, specialmente per quanto riguarda la classificazione delle "parti del discorso", sul quale soggetto egli ha delle idee abbastanza *rivoluzionarie* di fronte a quelle della grammatica tradizionale. Introduce una distinzione che, se non mi inganno, deve coincidere con quella che fanno i grammatici cinesi tra voci *piene* e voci *vuote*. Così, per esempio, è una voce vuota il verbo *avere* quando è adoperato come ausiliario, o il verbo *altere* *venir* nelle frasi *je vais faire* o *je viens de faire* (in quanto hanno affatto perduto ogni senso di *andare* e di *venire* e si applicano anche al caso di azioni in cui né si *va* né si *viene*); così il *will* nel futuro inglese (*it will rain* = *vuol* piovere). Il tipo di parole più *vuote* sono le preposizioni ed è sempre divertente esaminare il caso di quelle che hanno cessato da poco di essere parole *piene*: per esempio il *chez* francese (=latino *casa*) e il *fuori* nostro (= *foras* = = porta (*fores*)). Così si dice: "*Chez*" *les Napolitains on crie beaucoup dans la rue*; o "sto fuori porta" = "sto porta porta"! Non so se t'ho già indicato un notevolissimo articolo del prof. Severini (nella "Rassegna nazionale" del marzo 1883) dal titolo *Sulle più brevi e importanti parti di ogni discorso* e che mi spiace di non essere stato a tempo a citare nell'articolo del "Leonardo".

Passando ad altro, avrai avuto anche tu in questi giorni la nuova nota dell'Huntington (*A set of postulates for algebra of logic*). Vi hai visto quella nota contenente una lettera del Peirce a proposito della distributività?

Il Couturat continua nel numero della "Revue de Métaphysique" (luglio) la sua esposizione del libro di Russell. Nello stesso numero vi è pure un lungo articolo sulle teorie del Duhem (firmato A. Rey). Avrei bisogno di discutere con te a proposito del *più vero* significato della distinzione che i logici e geometri greci facevano tra postulati e assiomi (κοινὰ ἐννοιαί): in Proclo se ne trovano distinti *tre*, uno dei quali mi pare importante e coinciderebbe, espresso nel linguaggio della logica matematica, col dire che gli assiomi sono le proposizioni che finiscono con: = Λ , i postulati invece le proposizioni che finiscono con: $\sim = \Lambda$. Le proposizioni (non dimostrate) in cui si asserisce che di figure (rette, piani, ecc.) soddisfacenti a date condizioni (per esempio, parallele per un punto a una retta data, ecc.) ve n'è *una* e una *sola*, sono, nel suddetto senso, postulati in quanto asseriscono che *ve n'è una* ed assiomi in quanto asseriscono che *non ve n'è più d'una*. Per esempio, il postulato cosiddetto delle parallele sarebbe un assioma e infatti così era dimostrato dagli antichi.

Scrivimi la data della tua partenza per Heidelberg. Io partirei il 4, fermandomi a Zurigo (ove vi è Bersano) e a Stuttgart. Tuo affezionato G. Vailati

Ambrogio Calepino, *Dictionarium octolingue, in quo Latinis dictionibus Hebraeae, Graecae, Gallicae, Italicae, Germanicae, Hispanicae, atque Anglicae adiectae sunt*, Lugduni, s.e., 1581 - BDM Milano, coll. cons. VI 01, 39 cm.

Franz Bopp, *Glossarium Sanscritum in quo omnes radices et vocabula usitatissima explicantur et cum vocabulis graecis, latinis, germanicis, lithuanicis, slavicus, celticis comparantur*, Berolini, prostat in Libraria Dummmleriana, 1847 - BDM Milano, coll. cons. VI 05, 25 cm.

Johann Adolph Erdmann Schmidt, *Nouveau dictionnaire portatif francais-polonais et polonais-francais*, Leipzig, Tauchnitz, 1847 - BDM Milano, coll. cons. VI 6, 14 cm.

Don Francisco Martinez, D. Eugenio De Ochoa, *Le nouveau Sobrino ou grammaire de la langue espagnole*, Paris, Morizot, 1864 - BDM Milano, coll. cons. VII 003, 22 cm.

Paul Perny, *Grammaire de la langue chinoise orale et écrite*, vol. 1, Paris, Maisonneuve, 1873 - BDM Milano, coll. cons. VII 07.01, 25 cm.

Theodore Benard, *Dictionnaire classique universel*, Paris, Belin, 1882 - BDM Milano, coll. cons. VI.17, 18 cm.

Nikolaj Sokoloff, *Nouveau dictionnaire francais-russe et russe-francais*, vol. 1, Paris, Garnier, 1882 - BDM Milano, coll. cons. VI.29/01, 24 cm.; vol. 2, Paris, Garnier, 1882 - BDM Milano, coll. cons. VI.29/02, 24 cm.

Victor Henri, *Précis de grammaire comparée de l'anglais et de l'allemand*, Paris, Hachette, 1893 - BDM Milano, coll. cons. VII 20, 21 cm.

Michel Breal, Anatole Bailly, *Dictionnaire étymologique latin*, Paris, Hachette, 1902 - BDM Milano, coll. cons. VI 31, 21 cm.

Adolf Hemme, *Das lateinische Sprachmaterial in Wortschatze der deutschen, französischen und englischen Sprache*, Leipzig, Uvenarius, 1904 - BDM Milano, coll. cons. VI 33, 25 cm.

Ernst Friedrich Leopold, *Lexicon hebraicum et chaldaicum in libros Veteris Testamenti ordine etymologico compositum in usum scholarum*, Lipsia, Holtze, 1905 - BDM Milano, coll. cons. VI 34, 14 cm.

Robert Armez, *Nouvelle Grammaire arabe*, Heidelberg, J. Groos, 1907 - BDM Milano, coll. cons. VII 36, 18 cm.

Louis de Beaufront, Louis Couturat, *Deutsch-Internationales Wörterbuch*, Stuttgart, Franck, 1908 - BDM Milano, coll. cons. VI 37, 18 cm.

Jozsef Schmidt, *Latin-magyar zsebszotar: a közepiskolakszamara*, Budapest, Athenaum, 1909 - BDM Milano, coll. cons. VI 28, 14 cm.

Giuseppe Peano, *Proverbios*, ms. autografo, c. 99 numerate, da cui è derivato il saggio *100 Exemplo de Interlingua* - Archivio N. Mastropaolo, BSM Torino.

Giuseppe Peano, 1911e, *100 Exemplo de Interlingua cum vocabulario Interlingua-Italiano*. Torino, Bocca, 1911 - BSM Torino, estratto.

Giuseppe Peano, 1915b, *Vocabulario commune ad Latino-Italiano-Français-English-Deutsch pro usu de interlinguistas, Editione II*, Cavour-Torino, Academia pro Interlingua, 1915 - Acc. Sci. Torino, coll. Nr. 148.305, 25 cm.

Academia pro Interlingua, *Discussiones*, Torino, Tip. Cooperativa, 1, a. 22, 1909, n. 1, 1 agosto, 8 p. - Biblioteca della Facoltà di Lettere e Filosofia, Torino, coll. Opusc. PA.I.1402.2.

Wilhelm Ostwald a G. Peano, *Gross-Bothen 31 marzo 1911* - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 100976, c. 1r-v.

Cher collègue, je vous remercie vivement de votre proposition. Il faut seulement un peu de temps pour nous organiser; cela étant fait, je soumettrai l'affaire au Weltsprache-Amt. Vous savez bien, que je ne saurais meilleure chose que l'union générale de tous nos efforts. Votre très dévoué W. Ostwald

Giuseppe Peano, 1914f, *Prof. Louis Couturat*, *Revista Universale* (U. Basso), Ventimiglia, Tip. Botta, Paris, Gauthier et Villars, 4, 1914, 40, octobre 1914, pp. 78-79 - BSM Torino, Fondo Gliozzi.

Progres, reviu intaernasional pro omni interesi de Idiom Neutral (V. Rosemberger), S. Petersburg, Libreria K. L. Richer, 1, 1, gennaio 1906 - BSM Torino, Fondo Gliozzi.

Idano, fondita quale germana ilisto (R. Auerbach), Dresden, Blasewitz, 2, 6, 1909 - BSM Torino, Fondo Gliozzi.

The international language (with which is incorporated "The internationalist") a monthly review devoted to the propagation of the "Linguo Internationa di la Delegitaro" (sistemo Ido) (G. Moore), Londra, 1, 1, nov. 1910 - BSM Torino, Fondo Gliozzi.

Mondo, sueda monolinguala jurnalo. Organo di la Sueda Ido Federuro (P. Ahlberg), Stoccolma, Sueda Ido-Editorio, s. 2, a. 1, 1-2, 1912 - BSM Torino, Fondo Gliozzi.

Progreso organo ufficiale dell'Unione por la lingua internaciona, diskutado e konstanta perfektigato di la linguo internaciona (L. Couturat), Parigi, Libraire Ch. Delagrave, s. 1, a. 5, n. 3, 1912 - BSM Torino, Fondo Gliozzi.

Sylvia Pankhurst, *Delphos, the future of international language*, London, Kegan, Trench, Trubner & Co, 1927 - BSM Torino, Fondo Gliozzi, 12 cm.

Jules Meysmans, *Academia pro Interlingua, Circulares*, Bruxelles, 1 majo 1919, s. l., s. e., p. 1-7 - Archivio privato Vacca.

Jules Luchaire a Giuseppe Peano, Société des Nations, Institut International de Coopération Intellectuelle, Paris 23 aprile 1926 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 101565, c. 1r.

Monsieur le Président, L'Institut International de Coopération Intellectuelle a l'honneur de vous informer que sa section chargée de la bibliographie et des relations scientifiques va publier tous les deux mois un "Bulletin des relations scientifiques" qui est peut-être de nature à vous intéresser.

Le but assigné à ce périodique est de réunir et de publier toutes les nouvelles présentant quelque importance en ce qui concerne la coopération intellectuelle envisagée du point de vue international. Plus précisément, il résumera la bibliographie courante des sciences de toute espèce et les programmes des congrès et réunions de caractère international, il décrira aussi de façon sommaire l'organisation et le fonctionnement des institutions scientifiques internationales. Nous vous serions fort obligés de bien vouloir nous envoyer de temps à autre, en vue de la rédaction de notre Bulletin, des nouvelles relatives à l'activité de votre organisation. Nous désirons que ce Bulletin ne soit pas une reproduction du "Bulletin Trimestriel de Renseignements sur l'œuvre des organisations internationales" publié à Genève par le Secrétariat de la Société des Nations. Le Bulletin de Genève publie surtout des comptes-rendus de réunions et de congrès d'un ordre général, le nôtre s'occupera des sujets mentionnés au paragraphe précédent. Nous serons heureux de vous envoyer régulièrement notre Bulletin quand il paraîtra et nous vous prions, en attendant, de vouloir bien agréer les assurances de nos sentiments très distingués. Le Directeur, Jules Luchaire

W. F. Schubert a Giuseppe Peano, Société des Nations, Section des Bureaux internationaux, Genève 20 novembre 1928 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 100096, c. 1r.

Le Secrétariat de la Société des Nations a publié en 1926 une édition révisée du "Répertoire des Organisations internationales", et on a adressé un exemplaire à votre Organisation. Comme un certain nombre de nouvelles Organisations internationales ont été créées depuis, et que le Répertoire a besoin d'être mis à jour sur bien des points, on a jugé désirable de publier une nouvelle édition (en anglais) avant la fin de cette année.

Nous vous serions donc reconnaissants de vouloir bien rectifier la notice ci-jointe, en nous donnant les renseignements les plus récents sur votre Organisation, et de nous la retourner d'ici le 30 novembre 1928, au plus tard. Dans le cas où nous n'aurions rien reçu de vous à cette date, nous considérerons que nous n'avons aucune modification à apporter à la dite notice. Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'assurance de ma haute considération. (W.F. Schubert) Membre de la Section des Bureaux internationaux.

Academia pro Interlingua, *Discussiones*, 1926, *Discussiones*, 1927 - Acc. Sci. Torino, coll. Misc. 65407.

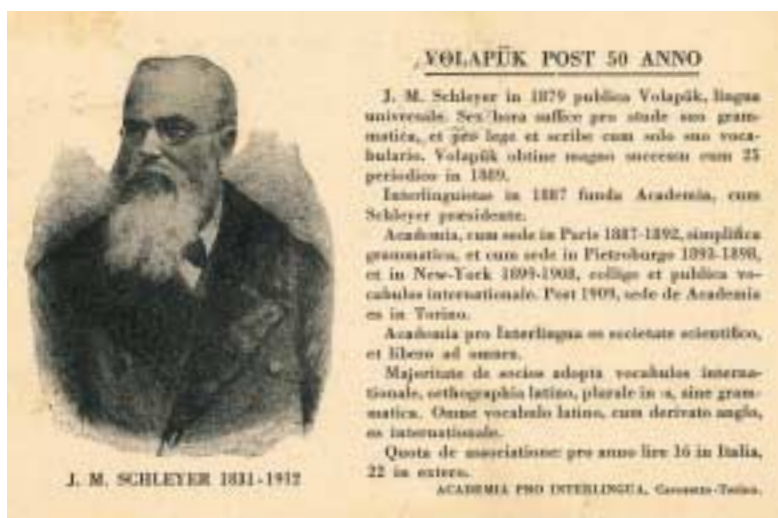
Mary Crosland-Taylor, *Coquina vegetale. Versione ex Anglo in Interlingua per Dr. Clementina Ferrero, Prefazione de prof. G. Peano, Praesidente de Academia pro Interlingua, Vocabulario de coquina, Vocabulario latino-anglo-franco-italiano*, Academia pro Interlingua, Cavoretto, Torino, 1927 - Archivio N. Mastropaolo, BSM Torino.

Collectione de scripto in honore de prof. G. Peano in occasione de suo 70° anno, edito per cura de interlinguistas, collegas, discipulos, amicos, Supplemento ad Schola et Vita, 27 agosto, pp. 1-96 - BSM Torino, coll. P005 a 387, 22 cm.

Samuel Dickstein a Giuseppe Peano, *Zacopane 27 agosto 1928* - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 101059, telegramma.

Augurio fervido salutationes cordiale ad 70 anniversario collega devoto Dickstein.

Schola et Vita es in luctu pro morte de prof. Giuseppe Peano, illustre praesidente de Academia pro Interlingua, et dedica ad Illo praesente fasciculo, Schola et Vita, a. 7, 3, majojunio, pp. 99-162 - BSM Torino, coll. P005 a 387, 22 cm.



Cartolina dell'Accademia pro Interlingua, Cavoretto



Peano nella tipografia a Cavoretto

Peano non perde mai di vista l'utilità che la scienza può avere nella vita dell'umanità e oltre a sostenere nel 1906 le rivendicazioni delle operaie del cotonificio Bass di Torino, scese in sciopero, offrendo loro ospitalità a Cavoretto, si impegna in ricerche matematiche con risvolti pratici e promuove testi di divulgazione scientifica.

In qualità di membro della Commissione nominata dalla Cassa Mutua Cooperativa per le pensioni, fra il 1901 e il 1906 pubblica una serie di lavori di matematica attuariale, nei quali l'acutezza dei metodi matematici e l'accurata valutazione delle situazioni possibili si accompagna all'esame delle condizioni di equità.

Anche gli ultimi risultati originali del 1913 e 1918, fra cui spicca il teorema sul cosiddetto 'nucleo di Peano', documentano la sua predilezione per gli aspetti numerici dell'analisi e per le applicazioni dei calcoli approssimati in aree scientifiche limitrofe, come l'astronomia, la finanza e la geodesia. I procedimenti impiegati per esprimere il resto di una formula di quadratura sotto forma di un integrale, editi sui *Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei* e in *latino sine flexione* sulla rivista belga *Mathesis* nel 1914, riscuotono successi e sviluppi in ambito internazionale e saranno generalizzati dall'ucraino E. J. Rémès e sviluppati poi da J. Radon, F. Riesz, A. Sard, A. Ghizzetti e A. Ossicini, e molti altri. Sul volume dedicato al maestro e collega E. D'Ovidio nel 1918 Peano presenta invece una nuova espressione del resto nelle formule di interpolazione, più semplice di quelle ottenute da J. L. Lagrange, A. L. Cauchy, A. Genocchi, H. Schwarz e T. J. Stieltjes.

'Per facilitare i calcoli e risparmiare la parte più noiosa' della matematica nelle scuole Peano cura la prima edizione italiana, a basso prezzo, delle tavole dei logaritmi, ravvisando una carenza nel mercato librario nazionale, costretto a ricorrere a costosi manuali esteri. Fra i contributi più curiosi della sua poliedrica attività spicca l'articolo del 1898 *Sulla numerazione binaria applicata alla stenografia*, dove egli avanza l'idea di una nuova forma di stenografia basata sulle proprietà del sistema di numerazione in base 2 e delinea il progetto di una macchina in grado di realizzarla. Si fondono in questa ricerca il suo interesse per i problemi tipografici di stampa delle formule con quello storico sull'evoluzione dell'aritmetica binaria. Una volta elaborato l'insieme di convenzioni sufficienti per scrivere la lingua italiana, Peano osserva che la rapidità ottimale della scrittura in codice binario si raggiunge con la macchina da lui progettata, che avrebbe potuto sostituire quella in uso al Senato per la registrazione delle sedute:

“Quella che io ho costrutta consta di 8 molle, disposte secondo i raggi d'un ottagono regolare, fisse all'estremità esterna, e portanti all'estremità interna un timbro, che segna un raggio della stella costituente la scrittura binaria. Queste molle toccate direttamente col dito imprimono su della carta i segni delle sillabe. Dei tasti convenientemente collegati colle molle permettono di scrivere una sillaba, o meglio uno dei 256 segni della scrittura binaria, toccandoli con sole tre dita. Nel tempo che colle macchine a scrivere ordinarie si imprime una lettera, con questa, assai più semplice, si scrive una sillaba.”

Oggi è purtroppo perduto il prototipo da lui realizzato, anche se ne restano tracce su alcune cartoline scritte al suo amico e collaboratore G. Vacca, che fin dal 1899 si era interessato al sistema binario e aveva studiato ad Hannover i manoscritti inediti di Leibniz, in cui si affrontavano le proprietà di regolarità del codice diadico e i suoi risvolti filosofici e teologici.

Presidente del Patronato scolastico di Cavoretto, Peano era solito ospitare i bambini nel piccolo osservatorio che aveva allestito nella sua villa per mostrare loro le stelle e spiegare l'astronomia.

Documenti

Giuseppe Peano, 1913g, *Resto nelle formule di quadratura espresso con un integrale definito*, 4 Maggio 1913, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, 1913, s. 5, 22, pp. 562-569 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1915c, *Resto nella formula di quadratura Cavalieri-Simpson*, Adunanza del 21 febbraio 1915, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1914-15, 50, pp. 481-486 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1916t, *Residuo in Formula de quadratura Cavalieri-Simpson*, 15 marzo, L'Enseignement Mathématique, 18, 1916, pp. 124-129 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc. B. 771 (18).

Giuseppe Peano, 1916b, *Approssimazioni numeriche*, Seduta del 2 gennaio 1916, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, 1916, s. 5, 25, pp. 8-14 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1918d, *Resto nelle formule di interpolazione*, in *Scritti matematici offerti ad Enrico d'Ovidio*, a cura di Francesco Gerbaldi e Gino Loria, Torino, Bocca, 1918, pp. 333-335 - BSM Torino, coll. M III 85, 24 cm.

Eugenio Maccaferri a Giuseppe Peano, Ancona 27 settembre 1920 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 101739, c. 1r-v.

Stim.° Professore, Ho ricevuto la Sua raccomandata, e La ringrazio sentitamente di tutto. Vedo che Ella non esprime precisi giudizi sul metodo che io ho tracciato nella II Parte del mio manoscritto per la ricerca della *funzione di probabilità*, e che io credo la parte

interessante del mio lavoro, pur essendo discutibili i procedimenti dimostrativi. Vedrò ad ogni modo, valendomi delle sue indicazioni bibliografiche, come potrò prendere in più completo esame tutto il problema, sempre che ne abbia la possibilità e la forza. Leggo con compiacenza i suoi giudizi sul modo come ho adoperato i simboli e i metodi del *Formulario* nel mio scritto sui massimi e minimi: *è il risultato* (dico scherzosamente, ma è la verità) *del lungo studio e del molto amore*. Credo che la *postilla* possa essere completata sulla traccia che qui le accludo. Mi creda Suo Aff.^{mo} Eugenio Maccaferri

Giuseppe Peano, 1898m, *La numerazione binaria applicata alla stenografia*, Adunanza del 13 Novembre 1898, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1898-99, 34, pp. 47-55 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc 561 (15).

Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, [Torino] 2 novembre 1898 - Archivio privato Vacca, c. p. in stenografia binaria.

Caro Vacca, ho ricevuto l'annuncio ufficiale della sua conferma ad assistente per prossimo anno scolastico. Tanti saluti dal suo Peano

Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, Torino 28 ottobre 1899 - Archivio privato Vacca, c. p. in stenografia binaria.

Caro Vacca grazie di queste sue due lettere che dimostrano il suo continuo studio. In questi giorni io fui fuori a Cuneo. Il compositore ha finito il lavoro di Pieri e cominciato il suo. Le invierò le bozze. Si diverta e arrivederci il 4. Torino 28-10-99 G. Peano

Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, Torino 20 maggio 1903 - Archivio privato Vacca, c. p., le parole sottolineate sono scritte in stenografia binaria.

Torino 20 Maggio 1903 Grazie cartolina Russel ha scritto un bellissimo libro *The principles of mathematics*, che se desidera vedere, io Le posso imprestare. Gli scarabocchi precedenti furono fatti da una macchina completamente costrutta da me. Si vede così che va male, ma che però la sua costruzione è abbastanza semplice. Suo affez. G. Peano.

Giuseppe Peano, 1915k, *Le definizioni per astrazione*, Bollettino della Mathesis. Società italiana di Matematica, Pavia, dicembre 1915, pp. 106-120 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1916a, *L'esecuzione tipografica delle formule matematiche*, Adunanza del 26 dicembre 1915, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 1915-16, 51, 1916, pp. 279-286, estratto edito in *Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli studi matematici nelle scuole medie* (A. Conti), 13, 1914-15, pp. 121-128 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc. 61964.

Giuseppe Peano, 1920b, *Sulla forma dei segni di algebra*, *Giornale di Matematica Finanziaria. Rivista Tecnica del Credito e della Previdenza*, Torino, 1, 1920, pp. 44-49 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc. B 793 (48).

Federigo Enriques a Giuseppe Peano, Roma marzo 1925 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 101540, c. 1r.

Chiar.mo collega, per incarico del Comitato direttivo dell'Enciclopedia Italiana vengo a chiedere la sua autorevole collaborazione alla parte matematica dell'Enciclopedia stessa. Il Comitato dovrà formare l'elenco delle voci ed esaminare la loro distribuzione fra i collaboratori; frattanto però desidera avere dai più illustri rappresentanti della scienza del nostro paese un'adesione di massima, che valga anche a significare il consenso della cultura italiana a quest'opera d'interesse nazionale. Io spero che Ella vorrà dare per tale scopo e significato il suo chiaro nome e la prego volermi favorire in proposito una risposta cortesemente sollecita. Coi migliori saluti F. Enriques



Giuseppe Peano a Cavoretto, con famigliari

Nell'elogio funebre pronunciato da Carlo Somigliana, suo collega di Meccanica Razionale e all'epoca preside di Facoltà, così è tratteggiato il carattere di Peano, improntato alla semplicità e alla totale assenza di boria, invidia e rancori:

“Nelle frequentazioni di più di vent'anni non l'ho mai sentito lamentarsi di nulla.

Per sua natura dedito alla logica, era permeato sempre nei suoi sentimenti da totale tranquillità, anche quando veniva negletto nel riconoscimento dei suoi meriti in ambito accademico, anche quando – e questo è davvero eccessivo – i risultati fondamentali ai quali era giunto erano diffusi nel mondo scientifico sotto il nome di analisti stranieri, lasciando il suo nome nell'ombra.”

Sebastiano Timpanaro, storico della scienza e segretario della Domus Galilaeana, che l'aveva incontrato in alcuni congressi, ribadisce le stesse impressioni sulle pagine del quotidiano milanese *L'Ambrosiano* il 13 maggio 1932:

“Aveva una curiosità universale; e non aveva niente di egoistico e di meschino, tanto che se qualcuno gli rubava un'idea non solo non protestava, ma ne era contento. Che importa se un'idea si affermi col nome di Peano o con un altro? L'importante è che si affermi”

e altrettanto fa Vito Volterra, scrivendo a Tullio Levi-Civita il 1° maggio 1932:

“è una grave perdita per la matematica italiana, ed il suo nome resterà legato a risultati importanti che non saranno certamente dimenticati.”

Assecondando i suoi desideri, Peano viene sepolto nel cimitero di Torino in un campo comune, fra i poveri, senza sfarzi, né clamori, in una bara “adorna unicamente dei fiori di campo che i contadini avevano portato giù da Cavoretto”, come registra il cronista Ubaldo Leva su “La Stampa” del 29 aprile 1932. Se pensiamo che ciò avveniva durante il fascismo e di fronte alle massime autorità cittadine e dell'Università, dobbiamo riconoscere che quel suo stile di vita semplice, quasi francescano, fino all'ultimo era un esempio di straordinaria saggezza. Nel 1963 la sua salma sarà traslata nella tomba di famiglia al cimitero di Spinetta, vicino a Cuneo.

GRUPPO	Biblioteca : - LIBRERIA AMERICANA	Da. Progr. 1° a	11
1932	1933	1934	
1935	1936	1937	
1938	1939	1940	
1941	1942	1943	
1944	1945	1946	
1947	1948	1949	
1950	1951	1952	
1953	1954	1955	
1956	1957	1958	
1959	1960	1961	
1962	1963	1964	
1965	1966	1967	
1968	1969	1970	
1971	1972	1973	
1974	1975	1976	
1977	1978	1979	
1980	1981	1982	
1983	1984	1985	
1986	1987	1988	
1989	1990	1991	
1992	1993	1994	
1995	1996	1997	
1998	1999	2000	
2001	2002	2003	
2004	2005	2006	
2007	2008	2009	
2010	2011	2012	
2013	2014	2015	
2016	2017	2018	
2019	2020	2021	
2022	2023	2024	
2025	2026	2027	
2028	2029	2030	
2031	2032	2033	
2034	2035	2036	
2037	2038	2039	
2040	2041	2042	
2043	2044	2045	
2046	2047	2048	
2049	2050	2051	
2052	2053	2054	
2055	2056	2057	
2058	2059	2060	
2061	2062	2063	
2064	2065	2066	
2067	2068	2069	
2070	2071	2072	
2073	2074	2075	
2076	2077	2078	
2079	2080	2081	
2082	2083	2084	
2085	2086	2087	
2088	2089	2090	
2091	2092	2093	
2094	2095	2096	
2097	2098	2099	
2100	2101	2102	
2103	2104	2105	
2106	2107	2108	
2109	2110	2111	
2112	2113	2114	
2115	2116	2117	
2118	2119	2120	
2121	2122	2123	
2124	2125	2126	
2127	2128	2129	
2130	2131	2132	
2133	2134	2135	
2136	2137	2138	
2139	2140	2141	
2142	2143	2144	
2145	2146	2147	
2148	2149	2150	
2151	2152	2153	
2154	2155	2156	
2157	2158	2159	
2160	2161	2162	
2163	2164	2165	
2166	2167	2168	
2169	2170	2171	
2172	2173	2174	
2175	2176	2177	
2178	2179	2180	
2181	2182	2183	
2184	2185	2186	
2187	2188	2189	
2190	2191	2192	
2193	2194	2195	
2196	2197	2198	
2199	2200	2201	
2202	2203	2204	
2205	2206	2207	
2208	2209	2210	
2211	2212	2213	
2214	2215	2216	
2217	2218	2219	
2220	2221	2222	
2223	2224	2225	
2226	2227	2228	
2229	2230	2231	
2232	2233	2234	
2235	2236	2237	
2238	2239	2240	
2241	2242	2243	
2244	2245	2246	
2247	2248	2249	
2250	2251	2252	
2253	2254	2255	
2256	2257	2258	
2259	2260	2261	
2262	2263	2264	
2265	2266	2267	
2268	2269	2270	
2271	2272	2273	
2274	2275	2276	
2277	2278	2279	
2280	2281	2282	
2283	2284	2285	
2286	2287	2288	
2289	2290	2291	
2292	2293	2294	
2295	2296	2297	
2298	2299	2300	
2301	2302	2303	
2304	2305	2306	
2307	2308	2309	
2310	2311	2312	
2313	2314	2315	
2316	2317	2318	
2319	2320	2321	
2322	2323	2324	
2325	2326	2327	
2328	2329	2330	
2331	2332	2333	
2334	2335	2336	
2337	2338	2339	
2340	2341	2342	
2343	2344	2345	
2346	2347	2348	
2349	2350	2351	
2352	2353	2354	

Nei giorni successivi alla scomparsa di Peano, la moglie Carola scrive ai più stretti collaboratori del marito Ugo Cassina, Gaetano Canesi, Mario Gliozzi e Nicola Mastropaolo, affidando loro la biblioteca e l'archivio di corrispondenze, affinché possano disporne, nel modo più opportuno, per proseguire i progetti avviati dal maestro, con l'istituzione del *Fondo Peano pro Interlingua*. Espresso desiderio della vedova è inoltre che alcune opere siano trasferite alla Biblioteca Civica di Cuneo, per aggiungersi a quelle da lui già donate in vita, a testimonianza dell'affetto che serbava per la sua città natale. L'oblio cade per moltissimi anni sul lascito librario e manoscritto di Peano e nonostante le richieste del 1982, in occasione delle celebrazioni a Cuneo per il cinquantenario della morte, quando si affigge una lapide sulla casa di Spinetta, non trapelano notizie sulla sorte dell'Archivio e della Biblioteca personale del matematico, ritenuti ormai definitivamente perduti. Solo nel 1998, con la ricostruzione della storia della Facoltà di scienze MFN di Torino e l'inaugurazione a Cuneo del monumento dedicato alla curva di Peano, grazie al direttore del Museo civico, Livio Mano, è riemersa l'esistenza del corposo Fondo di corrispondenze di Peano, che era stato donato nel marzo del 1954 alla Biblioteca Civica di Cuneo da Cassina. Costituito da oltre quattromila documenti di varia tipologia, il fondo è stato catalogato e riversato in forma digitale su supporto informatico a cura del gruppo di ricerca in storia delle matematiche dell'Università di Torino, in collaborazione con l'Assessorato per la cultura del comune di Cuneo.

Nel febbraio del 2007, in seguito ad approfondite indagini sui registri di ingresso della biblioteca cuneese, è riaffiorata alla luce un'ulteriore porzione dell'Archivio di Peano e della sua Biblioteca personale, con i relativi Cataloghi, che fra il 1933 e il 1938 erano stati redatti dall'ingegner Gaetano Canesi. Da questi registi e dalle corrispondenze intercorse fra gli ultimi collaboratori di Peano e la moglie si è finalmente riusciti a ricostruire le complesse vicissitudini del patrimonio librario e archivistico del matematico e linguista cuneese. Il cospicuo lascito librario, di oltre tremila volumi, è pervenuto a Cuneo solo in misura ridotta. La maggior parte dei testi di matematica e dei dizionari fu infatti venduta negli anni 1934-35 alla Biblioteca del Dipartimento di Matematica dell'Università statale di Milano, di cui Cassina era il direttore. Lo scopo della vendita era quello di finanziare la stampa della rivista *Schola et Vita*, perseguendo i desideri di Peano e della consorte. Numerose lettere di Canesi raccontano come si svolsero i fatti. Nel dicembre del 1937 l'anziano ingegnere scrive a Salvatore Levi:

“La stimat.^{sa} Signora Ved. Peano generosamente ha ceduto a noi (a me ed ai Prof. Mastropaolo e Cassina) tutta la Biblioteca scientifica lasciata dal Marito; siamo rimasti d'accordo che il ricavato viene destinato a sostenere Schola et Vita. Tutte le opere di Matematica le abbiamo vendute alla R. Univ. di Milano”

e nell'inverno del 1938 ribadisce al linguista Giacomo Meazzini:

“Io sto sistemando la Biblioteca Interlinguistica del nostro Peano molto abbondante perché iniziata verso il 1890. Contiene opere pubblicate verso la metà del secolo scorso e molte Grammatiche, Riviste, Opuscoli, Opuscoletti ecc. relativi alla Lingua Internazionale in tutte le lingue comprese la russa, la turca, l'ungherese ecc.; vi sono anche molti giornali politici, con articoli pro o contro, di numerosissimi scrittori ed autori che discutono delle Lingue Ausiliarie. Tutto conservava con cura il Peano. Si tratta di alcuni quintali di carta stampata e scritta. Quando alla meglio avrò tutto ordinato per classe (Volapuk, Esper., Ido, Interl., ... e molte altre lingue minori, spesso nate morte), dattilograferò un catalogo per studiare se potremo collocare il tutto presso qualche Biblioteca od Istituto con vantaggio morale e materiale. Mi rimane da riordinare la abbondante corrispondenza ricevuta dal caro Peano da studiosi di tutto il mondo. Desidererei che tanto le pubblicazioni che la corrispondenza – frutto di moltissima pazienza e diligenza – non andassero dispersi. La Stimat.^{ma} Sig.^{ra} Ved. Peano ha generosamente affidato a me ed ai Prof. Mastropaolo, Cassina e Gliozzi la Biblioteca scientifica e quella interlinguistica con piena fiducia che noi procureremo di fare tutto il possibile per realizzare il nobile ideale del suo carissimo Marito. I miei colleghi sono assorbiti dagli studi e dalla famiglia, perciò hanno poco tempo disponibile. Io sono un vecchio pensionato; vivo solo soletto in un modesto appartamento; è per me un piacere ed un dovere fare qualcosa per il Grande Peano col quale ho serenamente trascorso moltissime ore fra le migliori della mia vita (dal 1920 fino alla sua morte – Aprile 1932 – ci siamo trovati assieme tutte le settimane alcune ore; Lui illustre scienziato mi trattava cordialmente, amichevolmente, come fossi un suo collega).”

Una parte cospicua di opuscoli, volumi, estratti, dizionari, periodici e corrispondenze per lo più inerenti le lingue ausiliare internazionali, è inizialmente conservata nella villa di Cavoretto, sede dell'*Accademia pro Interlingua* e con la morte della moglie di Peano nel 1940 viene trasferita nelle abitazioni torinesi di Canesi e di Gliozzi fino all'aprile del 1954, data di cessazione delle attività dell'*Accademia*. Consapevoli del valore del lascito di Peano, accatastato in condizioni precarie in soffitte e cantine, Cassina e Gliozzi decidono allora di donare alla Biblioteca Civica di Cuneo i materiali in loro possesso, cui si era aggiunto, dopo la morte di Canesi, tutto l'archivio dell'*Accademia pro Interlingua*, fin dalla sua fondazione con E. Bertolini. In occasione delle Celebrazioni del 150° della nascita di Peano questo corposo lascito librario e manoscritto è stato trasferito presso il Centro di Documentazione Territoriale di Cuneo, dove una sala apposita raccoglie e mette a disposizione degli studiosi la sua Biblioteca e l'Archivio delle corrispondenze. Alcuni dei volumi di Peano, rinvenuti a Cuneo o conservati a Milano e a Parma, sono costellati di numerose note autografe a margine, molto utili per penetrare la poliedrica attività del matematico, del logico e del linguista nell'arco della sua vita. Alcuni di essi, ed in particolare le edizioni del *Formulario* sono riprodotti in formato digitale nel dvd dell'*Opera omnia*.

Sarebbe cosa della più grande utilità il pubblicare delle raccolte di tutti i teoremi ora noti riferentisi a dati rami delle scienze matematiche, sicché lo studioso non abbia che a confrontare siffatta raccolta onde sapere quanto fu fatto sopra un dato punto, e se una sua ricerca sia nuova ovvero no. Una siffatta raccolta, difficilissima e lunga col linguaggio comune, è notevolmente facilitata servendoci delle notazioni della logica matematica; e la raccolta dei teoremi su un dato soggetto diventa forse meno lunga della sua bibliografia.

G. Peano, *Sopra la raccolta di formule di matematica*, *Rivista di Matematica* 2, 1892, p. 76

Leibniz a énoncé, il y a deux siècles, le projet de créer une écriture universelle, dans laquelle toutes les idées composées fussent exprimées au moyen de signes conventionnels des idées simples, selon des règles fixes. ... À la solution de ce problème a contribué d'abord le développement de l'écriture algébrique, qui s'est beaucoup perfectionnée après Leibniz. Au moyen des signes +, -, =, >, etc., des parenthèses, et des lettres de l'alphabet, elle permet d'écrire en symboles quelques propositions. Mais ce qui a le plus contribué à la solution du problème, c'est la nouvelle et importante science qu'on appelle Logique mathématique, et qui étudie les propriétés formelles des opérations et des relations de logique.

G. Peano, *Notations de Logique Mathématique*, *Introduction au Formulaire*, 1894, p. 3

La logica matematica con un numero limitatissimo di segni (7 usati, e riduttibili ancora fra loro) è riuscita ad esprimere tutte le relazioni logiche immaginabili fra classi e proposizioni; o meglio l'analisi di queste relazioni ha portato ad usare quei segni, coi quali tutto si esprime, anche le relazioni più complicate, che difficilmente e faticosamente si esprimono col linguaggio ordinario. Ma il suo vantaggio non si limita alla semplificazione della scrittura; l'utilità sua sta specialmente nell'analisi delle idee e dei ragionamenti che si fanno in matematica. Intanto, per far vedere l'utilità sua si va stampando il Formulario di Matematica. ... Ognuna delle parti trattate deve contenere tutte le proposizioni, teoremi e definizioni, che vi si riferiscono. Sicché, quando il Formulario sarà alquanto avanzato, chiunque desideri mettersi al corrente della scienza, su un dato punto già trattato nel Formulario, non avrà che a confrontarlo; ivi troverà tutte le proposizioni note. Naturalmente ogni lavoro nuovo presenta degli inconvenienti. Qua e là si scorgono ancora facilmente delle lacune; ma la Rivista di Matematica accoglie sempre con piacere tutte le aggiunte e correzioni che verranno indicate; sicché fra non molto questo Formulario avrà raggiunta

la perfezione desiderabile. ... Io mi sono messo alla pubblicazione del Formulario, e sono lieto di avere la collaborazione di alcuni colleghi, e di parecchi giovani laureati da poco, che con ardore si sono assunti le varie parti.

G. Peano a Felix Klein, 25 agosto 1894, NSUB Gottinga Ms. Klein 11,190/1-3

Le Formulaire de Mathématiques a pour but de publier les propositions connues sur plusieurs sujets des sciences mathématiques. Ces propositions sont exprimées en formules par les notations de la Logique mathématique, expliquées dans l'Introduction au Formulaire. ... Chaque partie du Formulaire, bien que commencée par un Auteur, sera en définitive le résultat du travail de tous les collaborateurs.

Nous ajouterons quelques remarques pour nos futurs collaborateurs.

1. La seule loi qui règle les notations du Formulaire, c'est qu'elles soient les plus simples et les plus précises, pour représenter les propositions dont il s'agit.

2. Les notations sont un peu arbitraires, mais les propositions sont des vérités absolues, indépendantes des notations adoptées.

3. Toutes les fois qu'on traduit en symboles une nouvelle théorie, on introduira des signes nouveaux pour indiquer les idées nouvelles, ou les nouvelles combinaisons des idées précédentes, qu'on rencontre dans cette théorie.

4. La réduction d'une nouvelle théorie en symboles, exige une analyse profonde des idées, qui figurent dans cette branche; avec les symboles on ne peut pas représenter des idées non précises.

5. On ne doit pas représenter par un signe nouveau toute idée indiquée par un mot simple dans le langage ordinaire. Ce point constitue une différence importante entre le langage ordinaire et les notations de la logique mathématique.

6. On introduira une notation nouvelle, au moyen d'une définition, lorsqu'elle apporte une notable simplification. ...

19. Les signes de logique, qui figurent entre classes, ou entre propositions, dans le Formulaire, sont au nombre de six, \cap , \cup , $-$, $=$, \supset , \wedge ; dans la I partie du Formulaire, on donne comme idées primitives les \cap , $-$, \supset , et l'on définit les autres. On pourrait faire des combinaisons différentes. ...

20. Après avoir écrit une formule en symboles, il convient d'appliquer à la formule quelques transformations de logique. On verra ainsi, s'il est possible de la réduire à une forme plus simple; et l'on reconnaît facilement si la formule n'est pas bien écrite.

21. Car les notations de logique ne sont pas seulement une tachigraphie, pour représenter sous une forme abrégée les propositions de mathématiques; elles sont un instrument puissant pour analyser les propositions et les théories. ...

26. La réduction d'une théorie en symboles demande des études, des recherches et des soins, qu'on ne s'imagine pas, si l'on n'a pas fait au moins une fois ce travail. ...

27. Et pour les en récompenser en quelque façon, nous offrons l'abonnement annuel à la Rivista di Matematica à tous ceux qui contribueront au développement du Formulaire, en ajoutant de nouvelles parties; ou en corrigeant les parties publiées, et les notes historiques.

G. Peano, *Préface*, 1895, p. III-IV, VI-VII

Documenti

Ernst Schröder, *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, vol. 1, Leipzig, Teubner, 1890 - BDM Milano, coll. 03.1890.01, 23 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Samuel Dickstein, *Pojęcia i metody matematyki*, Warszawa, s.e., 1891 - BDM Milano, coll. 00.1891.1, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Albino Nagy, *Principi di logica*, Torino, Loescher, 1892 - BDM Milano, coll. 03.1891.03, 18 cm.

Giuseppe Peano, 1894g, *Notations de Logique Mathématique (Introduction au Formulaire de Mathématiques)*, Turin, Guadagnini, 1894, pp. 3-52 - Acc. Sci. Torino, coll. Misc. B. 237(19).

Giuseppe Peano a Felix Klein, Cavoretto (Torino) 25 agosto 1894, edita in Segre 1997, p. 118-121 - NSUB Gottinga, ms. Klein 11, 190/1-3, p. 6.

Chiarissimo professore, Ricevetti col più gran piacere la sua lettera dell'11 corrente. Il fascicolo 10 del I volume manca per uno sbaglio tipografico. L'ultimo fascicolo pubblicato nel 1891 porta l'indicazione Fascicoli 11-12 = ottobre - dicembre, mentre doveva portare scritto Fascicoli 10-12 = ottobre - dicembre. Quindi Ella deve avere la pubblicazione completa, come può verificare esaminando la numerazione delle pagine. Però, se Le manca qualche foglio, me ne avvisi, e si provvederà. Al mio ritorno in città Le farò spedire il vol. II della Rivista.

Il Dott. Fano deve già essere ritornato, secondo quanto mi scrisse da Gottinga. Egli ha intrappreso la pubblicazione della parte IX del *Formulario di Matematica*; questa parte tratta dei numeri algebrici, secondo Dirichlet-Dedekind, e secondo le lezioni del prof. Weber. Questo lavoro è in corso di stampa, e sarà pubblicato quanto prima.

E qui mi arresto un momento, onde fermare la sua attenzione sulla Logica matematica, e sul *Formulario*. La logica matematica, con un numero limitatissimo di segni (7 usati, e riduttibili ancora fra loro) è riuscita ad esprimere tutte le relazioni logiche immaginabili fra classi e proposizioni; o meglio l'analisi di queste relazioni ha portato ad usare quei segni, coi quali tutto si esprime, anche le relazioni più complicate, che difficilmente e faticosamente si esprimono col linguaggio ordinario. Ma il suo vantaggio non si limita alla semplificazione della scrittura; l'utilità sua stà specialmente nell'analisi delle idee, e dei ragionamenti che si fanno in matematica. Intanto, per far vedere l'utilità sua, si va stampando il *Formulario di Matematica*. La parte I contiene le formule di Logica, la II quelle dell'algebra elementare, la III la teoria elementare dei numeri; la IV (fatta dal prof. Burali), è un lavoro originale sulla teoria delle Grandezze. Le V e VI si riferiscono agli insiemi di punti (Menge). Quest'ultima è uscita ora in estratto; uscirà nel prossimo fascicolo della Rivista. La parte VII contiene la teoria dei limiti. La VIII quella delle serie e prodotti infiniti; la IX è quella del Fano. Queste varie parti sono composte da vari autori, e già parecchie persone si sono incaricate delle parti successive - Combinazioni -

Equazioni algebriche - Funzioni esponenziali, logaritmiche e trigonometriche - Derivate - ecc, che si pubblicheranno man mano le circostanze lo permetteranno. Ognuna delle parti trattate *deve* contenere *tutte* le proposizioni, teoremi e definizioni, che vi si riferiscono. Sicchè, quando il *Formulario* sarà alquanto avanzato, chiunque desideri mettersi al corrente della scienza, su un dato punto già trattato nel *Formulario*, non avrà che a confrontarlo; ivi troverà tutte le proposizioni note. Naturalmente ogni lavoro nuovo presenta degli inconvenienti. Qua e là si scorgono ancora facilmente delle lacune; ma la *Rivista di Matematica* accoglie sempre con piacere tutte le aggiunte e correzioni che verranno indicate; sicché fra non molto questo *Formulario* avrà raggiunta la perfezione desiderabile. Citazioni e notizie storiche permettono di confrontare libri ove le questioni sono più diffusamente discusse.

Questo *Formulario* non potrebbe essere attuato col linguaggio ordinario. Diventa invece possibile, e relativamente semplice colle notazioni della logica matematica. Queste non solo abbreviano la scrittura, ma fanno vedere che molte proposizioni che, col linguaggio ordinario, paiono distinte, si trasformano in simboli nello stesso modo, e quindi non sono che una stessa proposizione. Potrei citare molte cosiddette teorie, le quali, tradotte in simboli, *svaniscono*; esse svaniscono solo in apparenza perché si è cambiato nome ad un'idea vecchia. Mi limiterò a dire che parecchie parti della teoria dei *corpi*, *moduli*, di *Dedekind*, non sono che proposizioni di logica, e quindi contenute nella parte I del *Formulario*. Io ora attendo alla composizione di questo *Formulario*; e ogni giorno è una nuova parte che si traduce in simboli. Perché la traduzione in simboli d'una parte della matematica non è attualmente cosa facile; occorre esaminare tutte le idee che in essa compaiono, e ridurle al minimo numero. Finora sono le parti dell'Analisi che si trasformano più facilmente; in esse infatti trovasi un minor numero di idee fondamentali; ma speriamo che fra non molto anche la Geometria sarà analizzata, e tradotta in simboli. Io mi sono messo alla pubblicazione del *Formulario*, e sono lieto di avere la collaborazione di alcuni colleghi, e di parecchi giovani laureati da poco, che con ardore si sono assunte le varie parti. Ma i miei sforzi tendono a far conoscere al mondo scientifico questi metodi. Ora al congresso di Caen si è votata una lode per il *Formulario*; ma desidererei che altri si occupasse di questo soggetto molto interessante. È egli possibile formare un altro sistema di simboli, atto a rappresentare con precisione tutte le idee? E questo metodo potrà essere più facile e migliore di quello adottato pel *Formulario*? Quindi io non cesserò di lavorare qui attorno, finché l'importanza della questione sia sufficientemente riconosciuta. Mi creda, egregio Professore, Suo devotissimo G. Peano

Cesare Burali-Forti, *Logica matematica*, Milano, Hoepli, 1894 - BSM Torino, coll. MANHO 1894 2, 16 cm.

Cesare Burali-Forti a Giovanni Vailati, Arezzo 22 settembre 1894 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. XD, cc. 1r-2r.

Carissimo Professore, Ho ricevuto ieri, mandatami da Peano, una copia della sua recensione alla mia *Logica Matematica*. Non so davvero come ringraziarla, per aver

messo, e con forma sí accurata, in ottima luce i pochi meriti che può avere il mio lavoro. Esponendo le varie parti del mio libro, Ella ha reso perfettamente le mie idee, e accennate specialmente quelle parti che, anche secondo la mia intenzione, dovevano riuscire le meno ordinarie. Ciò da una parte mi lusinga di non essere riuscito troppo scuro nel mio lavoro. Però Ella avrà qualche osservazione, che cortesemente non ha voluto indicare nella recensione. Le sarò grato se vorrà indicarmi quelle cose nelle quali, o per una ragione o per un'altra, dissenta dalla mia opinione, desiderando veramente tenerne conto per una seconda edizione, che anche questa veramente desidero prossima, sia perché ciò sarebbe una soddisfazione morale per me, sia perché ciò proverebbe aver la Logica Matematica preso quello sviluppo e quella importanza che principalmente il *mio padre Peano* ha diritto di aspettare.

Come saprà al congresso di Caen è stata favorevolmente accolta, per opera del Sig. Laisant che se ne è attivamente occupato come di cosa sua. Ai primi di ottobre sarò a Torino. Conto di avere a voce o per iscritto tutte le osservazioni che crederà opportune sul mio lavoro, certo di poter così migliorare la seconda (*prossima o remota*, che sia) edizione. Di nuovo tante grazie e mi creda suo aff.mo Burali

Giuseppe Peano, 1895c, *Sur la définition de la limite d'une fonction. Exercice de logique mathématique*, American Journal of Mathematics, 17, 1, 1895, pp. 37-68 - BSM Torino, coll. 6.

Giuseppe Peano, 1895n, *Sulla definizione di integrale*, Annali di Matematica pura e applicata, 2, 23, 1895, pp. 153-157 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano *et alii*, 1895r**, *Formulaire de Mathématiques, tome 1 publié par la Rivista di matematica*, Torino, Bocca, 1895 - BDM Milano, coll. Op. A 138, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Formulaire de Mathématiques 1897-1899

Le indicazioni storiche sia sulle proposizioni, come sulle notazioni, utili sempre, sono utilissime nel Formulario, perché riposano un po' il lettore, e manifestano meglio l'importanza delle proposizioni, e spesso il vantaggio dell'ideografia. Ma anch'esse richiedono molto lavoro per poter avere un qualche valore. Le indicazioni che trovansi nei libri delle generazioni passate, e ancora in qualche libro moderno ... non hanno alcuna precisione. ... In conseguenza si è dovuto rimontare all'origine dei passi citati; e le citazioni del F portano le indicazioni precise, in modo che chiunque possa facilmente confrontare il passo citato; e spesso si riporta il passo citato. Ciò finché fu possibile; perché anche nel F alcune citazioni attendono di essere meglio precisate. Si badi poi che le indicazioni storiche contenute nel F non pretendono punto di rimontare alla prima origine della P in questione; ma solo di indicare un A. ove essa si trova. Uno studio ulteriore potrà sempre sostituire ad esse altre

citazioni relative ad epoca più antica. Del resto qui si è fatto uso delle ricerche storiche di M. Marie, M. Cantor, di quelle contenute nell'*Intermédiaire des Mathématiciens*, ed in varii altri lavori menzionati.

... Il Formulario ha indirizzo puramente scientifico. I risultati nuovi contenuti in esso non sono già i teoremi, dovuti ad Autori spesso antichissimi, ma lo studio della loro dipendenza; l'affermazione e la prova che una determinata idea si possa o non si possa definire, che una data proposizione si possa dimostrare o meno, e la raccolta delle varie definizioni, dimostrazioni e teorie possibili, è ciò che contiene di nuovo il *F*; e alla soluzione di questi problemi è necessaria la Logica matematica quale qui fu costruita, o uno strumento equivalente a costruirsi. I risultati che così si ottengono sono tanto importanti dal lato teorico quanto la scoperta d'ogni altra verità matematica. Essi sono poi direttamente utili alla pratica; perché è utile, e direi doveroso per gli insegnanti il sapere a che punto si è arrivati con questo strumento analitico, ancorché non lo si voglia introdurre nella scuola. Del resto quest'anno mi sono deciso ad introdurre il nuovo *F* nell'insegnamento superiore, con ottimi risultati. Ho visto gli allievi interessarsi vivamente alla precisione e chiarezza della scrittura ideografica, apprendendola assai più facilmente di quanto mi sarei immaginato.

G. Peano, Sul § 2 del Formulario, t. II Aritmetica, Rivista di Matematica, 1898, p. 83, 85-86

Comme vous le remarquez bien, mon but est d'appliquer la logique aux sciences mathématiques. Je comprends toute l'importance des études théoriques sur la logique; mais, vu la vastité de ces études, je préfère de diriger mes forces du côté de l'application. Les P contenues dans le Formulaire doivent être écrites par les seuls symboles, sans recours au langage ordinaire, sauf les notes, où l'on explique aussi par le langage ordinaire les P qui sous la forme symbolique, bien que précises, sont difficiles à lire, et sauf les Notations, qui donnent l'explication des idées primitives.

G. Peano a Louis Couturat, 1 juin 1899

La Rivista di matematica, qui actuellement se publie en français sous le titre de Revue de mathématiques (Turin, Bocca frères), commença en 1893 la publication d'un Formulario di matematica ... On n'est peut-être pas loin, à cet égard, de réaliser la prévision optimiste de Leibnitz, selon laquelle la logique mathématique est destinée à provoquer dans ce genre d'études des progrès analogues à ceux qu'a produits dans les recherches physiologiques l'introduction du microscope.

G. Vailati, *La Logique mathématique et sa nouvelle phase de développement*, 1899, p. 102

Documenti

Giuseppe Peano et alii, 1897b*, *Formulaire de Mathématiques*, t. II § 1, *Logique mathématique*, s.l., s.e., 11 agosto 1897, 63 p. - BDM Milano, coll. Op A 140, 24 cm.

Giuseppe Peano et alii, 1898f, *Formulaire de mathématiques*, t. II, § 2 [Aritmetica], Turin, Bocca - Ch. Clausen, 1898, 9 agosto 1898, VIII+60 p. - BSM Torino, coll. 1260.

Giuseppe Peano *et alii*, 1899b, *Formulaire de Mathématiques, publié par la Revue de Mathématiques*, t. II, n. 3, *Logique mathématique. Arithmétique. Limites. Nombres complexes. Vecteurs. Dérivées. Intégrales*, Turin, Bocca - Ch. Clausen, 1899 - BN Torino, coll. 51-33.

Giuseppe Peano, 1899c, *Sui numeri irrazionali*, R.d.M., 6, 1899, pp. 126-140 - BSM Torino, estratto.

Alessandro Padoa, *Conférences de Logique Mathématiques*, Université nouvelle, Institut des Hautes études, Bruxelles, Imprimerie Veuve F. Larcier, 1898, 80 p. - BDM Milano, estratto.

Alessandro Padoa, *Note di logica matematica. Modificazioni ed aggiunte a F₂ §1*, R.d.M., 6, 1899, pp. 105-121 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano a Louis Couturat, Turin 1 juin [18]99, edita in Luciano, Roero 2005, pp. 18-23 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 101275, cc. 1r-3v.

Merci de votre lettre du 12. 5, et de la carte postale du 26. J'y apprendis avec le plus grand plaisir que les études de logique mathématique se répandent de plus en plus. Vos remarques très judicieuses m'ont intéressé beaucoup. Des corrections que vous me suggérez, j'en tire profit dans le N 3 de F 2, en cours de publication. Je n'ai pas répondu tout de suite empêché par mes occupations. Je vais maintenant vous répondre sur quelques points.

J'indique la négation de a par $\sim a$, en suivant Leibniz (?) et Segner: mais dans le manuscrit je l'indique par $\neg a$, (où le signe \sim peut être le *non* écrit dans la sténographie système Gobelsbogen); cette forme se rencontre dans quelques publications; notamment dans toutes les publications de Logique faites par l'Académie des Sciences (il y a des travaux des M. Pieri, Burali-Forti, et miens). La notation $\sim a$ ne diffère que dans la forme de la n a de Maass; elle diffère des notations a' et a_1 parce que le signe de fonction est écrit en avant de la variable, et dans ces notations il est écrit après. Ces notations exigent les mêmes parenthèses; on écrira $\sim(a\ b)$ $(a\ b)'$ $(a\ b)_1$ pour indiquer la négation de $a\ b$.

La notation \bar{a} remplace les parenthèses, car il a la forme du *vinculum*. Mais il y a un grand avantage typographique à écrire tous les signes sur la même ligne; et aussi un avantage logique, à adopter une notation constante.

Nous avons des signes de fonction f qu'on écrit en avant la variable $\sim a$, $\sin a$, $\cos a$, $\log a$, \sqrt{a} , ... d'autres qu'on écrit après $f\ a'$ a_1 $a!$

Cette double notation nous oblige de répéter deux fois plusieurs propositions (§ 1 P500, 501). Si l'on adopte encore des signes qu'on écrit au dessus \bar{a} , ou au dessous, ou en partie en avant et en partie après la variable, comme $|a|$ de Weierstrass pour mod a de Cauchy, on multiplie la forme des propositions.

En conséquence je crois qu'on doit abandonner la forme \bar{a} , qui est un *vinculum*; les notations $\sim a$ a' a_1 ont le même degré de simplicité; elles exigent les mêmes parenthèses. Je conserve la première, car elle est la plus ancienne.

Comme vous le remarquez bien, mon but est d'appliquer la logique aux sciences mathématiques. Je comprends toute l'importance des études théoriques sur la logique; mais, vu la vastité de ces études, je préfère de diriger mes forces du côté de l'application. Les *P* contenues dans le *Formul.* doivent être écrites par les seuls symboles, sans recours au langage ordinaire, sauf les notes, où l'on explique aussi par le langage ordinaire les *P* qui sous la forme symbolique, bien que précises, sont difficiles à lire, et sauf les *Notations*, qui donnent l'explication des idées primitives.

Un progrès de F_1 à F_2 consiste effectivement dans la réduction complète en symboles de propositions qui ne l'étaient pas encore. Dans F_1 I §1-3..., il est dit, par le langage ordinaire, que a, b, \dots sont des propositions. Dans F_2 §1 il n'y a plus rien ajouté par le langage ordinaire; la signification des lettres est exprimée par les symboles.

Dans F_1 on trouve p. ex. 2. $a \supset aa$. Elle n'est pas une *P* complète. En ajoutant l'Hyp. écrite à p. 127, on a la proposition complète:

2'. "Soit a une proposition; on aura $a \supset aa$ "

exprimée en partie par le langage ordinaire, et en partie en symboles.

On pourrait tenter de réduire en symboles cette prop. 2, en introduisant un symbole, il est *P*, pour indiquer proposition. Alors la 2 prend la forme

2" $a \in P \supset a \supset aa$.

Mais par cette voie on n'aura pas un résultat. Car le mot "proposition" n'a pas une valeur constante.

Comme vous le remarquez bien, il faut distinguer entre les propositions catégoriques, les propositions qui contiennent une lettre variable, celles qui en contiennent deux, etc. Je crois d'avoir résolu la question par l'introduction des signes *Cls*, ϵ , et le signe du couple (x, y) ou $(x; y)$.

Les opérations sur les propositions catégoriques n'ont pas d'utilité. On ne rencontre pas dans les sciences mathématiques des formules de la forme $2 + 2 = 4 \supset 5^2 = 25$ comme les écrit M. Schröder. La prop. 2 est transformée en F_2 §1

31. $a \in \text{Cls} \supset a \supset aa$.

L'Hyp. $a \in \text{Cls}$ est écrite en principe de la sorte des propositions; elle est une abréviation commode et rigoureuse de la Df *P* 15.

Au lieu de dire "Considérons une proposition contenant une lettre variable x ", je dis maintenant

"Considérons la proposition $x \in a$, où a est une classe". Car toute proposition contenant une lettre variable x est réductible à cette forme.

En conséquence l'ancienne proposition

12 $a \supset b \supset b$

dans laquelle a, b sont des propositions, se transforme en:

$a, b \in \text{Cls}: x \in a: x \in a \supset x \in b: \supset x \in b$

Mais la $x \in a \supset x \in b$ signifie $a \supset b$, donc:

$a, b \in \text{Cls}. x \in a. a \supset b. \supset x \in b$ F_2 §1 P25,

qui est une forme de syllogisme.

Pour exprimer F_1 P39, exporter et importer, il faut introduire les couples; elle se réduit à la F_2 §1 P 74.

Mon but, dans F_2 §1, a été de publier toutes les propositions connues de Logique, écrites complètement en symboles. Je n'ai pas publié toutes les propositions sur les équations logiques, car je n'ai pu les réduire en symboles.

Je les ai ordonnées, en y écrivant Df ou Df? aux propositions qui sont des définitions, ou qui sont des définitions possibles. Je désirerai de donner à ces propositions un ordre possible; en conséquence j'ai classé les idées en idées primitives, dont je ne donne pas des définitions, et en idées dérivées, qu'on définit. De plusieurs de ces idées on peut donner plusieurs définitions; elles sont indiquées par Df? On peut encore définir des idées primitives, en supposant connues des autres idées.

Mais je désirerai avant tout de donner *une* théorie. Les autres théories possibles, je les ai indiquées, lorsqu'il s'est présentée l'occasion; mais je ne suis pas réussi à les développer. P. ex. F_2 §1 P 243, j'ai écrit que de la P 241, prise comme définition, on pourrait déduire une foule de propositions précédentes; mais non toutes; je n'ai pu tirer p. ex. la P 215.

Formulaire de Mathématiques 1900-1901

Formulaire de Mathématiques 1902-1903

L'idéographie, qui résulte de la combinaison des symboles logiques avec les algébriques, a été bientôt appliquée par divers Auteurs. Dans quelques travaux elle sert seulement à énoncer sous forme plus claire des théorèmes. En général elle est l'instrument indispensable pour analyser les principes de l'Arithmétique et de la Géométrie, et pour y démêler les idées primitives, les dérivées, les définitions, les axiomes et les théorèmes. On s'en est aussi servi pour construire des longues suites de raisonnement, presque inabordables par le langage ordinaire.

G. Peano, *Formulaire de Mathématiques*, Turin, Bocca, 1901, p. V

La Logique mathématique ressemble à un microscope propre à observer les plus petites différences d'idées, différences que les défauts du langage ordinaire rendent le plus souvent imperceptibles, en l'absence de quelque instrument qui les agrandisse. Quiconque méprise les avantages d'un tel instrument, notamment dans cet ordre d'études (où souvent l'erreur résulte d'équivoques et de malentendus dans des détails en apparence insignifiants) se prive à mon avis, de propos délibéré, du plus puissant auxiliaire qu'on possède aujourd'hui pour soutenir et diriger notre esprit dans les opérations intellectuelles qui réclament une grande précision.

M. Pieri, *Sur la Géométrie envisagée comme un système purement logique*, 1901 p. 382

Le Formulaire maintenant, par l'abondance des propositions, des indications historiques et bibliographiques, joue le rôle d'une Encyclopédie. Toutes les idées du Formulaire sont introduites par des définitions régulières. Dans plusieurs théories les propositions sont accompagnées de la démonstration (et aussi de plusieurs démonstrations). Il est donc possible d'extraire du Formulaire des cours d'enseignement; ce que nous avons fait p. ex. pour l'Arithmétique.

Les additions donnent une idée du développement successif du Formulaire. Il n'est pas un traité, où toute addition en détruit l'harmonie. Tout lecteur peut collaborer au Formulaire, en y ajoutant des nouvelles théories, ou des propositions et des démonstrations nouvelles dans les théories insuffisamment développées; on peut perfectionner l'histoire des mathématiques, en remontant à des âges plus reculés les indications du Formulaire; on peut y corriger les erreurs typographiques et de toute nature, qui restent dans la composition des formules.

G. Peano, *Formulaire Mathématiques*, Turin, Bocca, 1903, p. VIII

I simboli matematici apportano non solo brevità, ma specialmente precisione e chiarezza. Essi soddisfano alla legge generale dell'economia di lavoro; rendono più facile lo studio ai principianti, e sono pressoché indispensabili al progresso della Scienza. ... Per chi impara per la prima volta l'Aritmetica, la via che qui si segue è senza dubbio vantaggiosa. Una cinquantina di simboli, di significato chiaro e preciso, sostituisce alcune migliaia di parole che si presentano definite o no, nei trattati precedenti la scrittura ideografica. Coloro che già hanno studiato l'Aritmetica e l'Algebra per altra via, dovranno fare uno sforzo per imparare questo nuovo metodo, e a vedere che gli aggruppamenti di idee che qui si fanno sono più semplici di quelli cui sono da tempo abituati. Coloro che saranno capaci di questa fatica saranno ricompensati dalla bellezza dei risultati, che essi soli sono in grado di apprezzare.

G. Peano, *Aritmetica generale e Algebra elementare*, Torino, Paravia, 1902, p. III

Documenti

Giuseppe Peano, 1900a, *Formules de logique mathématique*, 20 luglio 1900, R.d.M., 7, 1900, pp. 1-41 - BN Torino, coll. 51-31.

Giuseppe Peano *et alii*, 1900b, *Additions au Formulaire*, R.d.M., 7, 1900, pp. 67-70 - BSM Torino, coll. 1259.

Giuseppe Peano *et alii*, 1901b, *Formulaire de Mathématiques*, t. III, 1 gennaio 1901, Turin, Bocca - Ch. Clausen, 1901 - BSM Torino, coll. 1260, 23 cm.

Gustav Eneström, *Additions et corrections au Formulaire*, t. III, R.d.M., 7, 1901, pp. 85-110 - BSM Torino, coll. 1259.

A. Arbicone, T. Boggio, E. Cantoni, F. Castellano, G. Peano, G. Vacca, 1901i, *Additions au Formulaire*, 1901, [4 dicembre], R.d.M., 7, 1901, pp. 173-184 - BN Torino, coll. 51-31.

Giuseppe Peano, 1901h, *Dizionario di logica matematica*, 18 Agosto 1901, Saggio presentato al Congresso Mathesis Livorno 17-21 agosto 1901, Livorno, Giusti, 1901, 8 p. - BSM Torino, estratto.

Giuseppe Peano, 1901j, *Dizionario di matematica. Parte I, Logica Matematica*, [4 Dicembre], R.d.M., 7, 1901, pp. 160-172 - BSM Torino, estratto.

Giuseppe Peano, 1902b, *Aritmetica generale e Algebra elementare*, Torino, Paravia, 1902 - BSM Torino, coll. RARI 1902 PEAN, 24 cm.

Giuseppe Peano et alii, 1903f, *Formulaire mathématique, édition de l'an 1902-03 (tome IV de l'édition complète)*, Turin, Bocca - Ch Clausen, 1903 - BDM Milano, coll. Op. A 137, 24 cm.

Giuseppe Peano et alii, 1903f, *Formulaire mathématique, édition de l'an 1902-03 (tome IV de l'édition complète)*, Turin, Bocca - Ch Clausen, 1903 - Archivio G. Vacca, 24 cm. (*marginalia* autografi di G. Vacca).

Giuseppe Peano et alii, 1903f*, *Formulaire mathématique, édition de l'an 1902-03 (tome IV de l'édition complète)*, Turin, Bocca - Ch Clausen, 1903 - BDM Parma, coll. MATH D. Cassina EN 4, 24 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, *Genova d. 36, 1903 [5 febbraio 1903]* - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. DCLVIII, cc. 1r-2r.

Caro Vailati, Ti ricordi il problema della *corona* di Archimede. Un orefice fa ora una corona di *tre metalli*, rame, oro, argento. *Mersenne* dice che senza disfarla non si può sapere *quanto* di ciascun metallo si trova nella corona (Cogitata Phys.[ico] Math.[ematica] 1644). È *proprio* impossibile? Anche tentando altre risorse fisiche: per es.: conducibilità elettrica ... ?

Ho letto oggi un articolo del Duhem, sull'*evoluzione della meccanica*. L'idea é buona, ma l'articolo val poco. (Revue General des Science, 30 gennaio 1903) G. Vacca

Alessandro Padoa, *Per la compilazione di un dizionario di matematica*, Periodico di Matematica, s. 2, 17, 4, 1902, pp. 262-269 - BDM Milano, estratto.

Giovanni Vacca, *Elementi di Logica Matematica, Estratto dalle Letture sulla Logica Matematica, fatte nella Università di Genova nel 1903*, Genova, s.e., 1903, 24 p. - Archivio G. Vacca.

Formulario Mathematico 1906-1908

Se io avessi dato ascolto alle opinioni di tanti, che il Formulario era impossibile, che fatta l'aritmetica non poteva farsi il calcolo, fatto il calcolo impossibile la geometria; fatta la geometria, impossibile applicarlo nella scuola, avrei certo concluso nulla.

G. Peano a G. Vacca, 27 dicembre 1904

Sed rigore non procede per gradu, usque ad infinito. Libros de uno generatione non destrue,

sed completa, libros de generatione praecedente. Solutione de aliquo puncto obscuro non es dato per magno libro, sed per aliquo novo combinatione de ideas noto.

... Formulario, satis completo pro mathematica de seculos praeterito, es multo incompleto pro auctores moderno et vivente. Nam reductione in symbolos de aliquo theoria exige analysi de omni idea, enunciatione de omni hypotesi, quod es longo et saepe difficile. Plure theoria moderno non es satis rigoroso.

Formulario non contine omni propositione jam reducto in symbolos; existe numeroso alio applicatione de Logica-Mathematica ad differente quaestiones, per plure Auctore, que adopta symbolos, vel methodos de Logica-Mathematica. Nam symbolos graphico es utile, quasi necessario in longo theoria; sed pote es expresso per symbolos phonetico, putato plus commodo ad publico profano.

G. Peano, *Formulario Mathematico*, Junio 1908, p. XII, XIII

Symbolismo da alas ad mente de homo sed suo usu exige studio et labore. Illos que, per defectu de exercitio, judica que symbolismo es ligamen, non es obligato ad adopta illo. Nos strue novo instrumento, et non destrue instrumentos existente.

G. Peano, A.N. Whitehead, B. Russell, *Principia Mathematica*,
Boll. Bibl. Sto. Sci. Mat., 1913, p. 48

Ma l'utilità principale dei simboli di logica si è che essi facilitano il ragionamento. ... Perciò il simbolismo è più chiaro; permette di costruire serie di ragionamenti quando l'immaginazione sarebbe interamente inabile a sostenere se stessa senza aiuto simbolico. ... Che con un simile strumento simbolico nuovo si siano ottenuti risultati nuovi, risulta dalle dichiarazioni concordi degli autori che ne fecero uso.

G. Peano, *Importanza dei simboli in matematica*, Scientia, 1915, p. 170, 172, 173

Un lavoro collettivo che si può fare è la pubblicazione di una nuova edizione del Formulario matematico, di cui la quinta ed ultima edizione del 1908 è ora esaurita. Questo Formulario è una enciclopedia matematica, o raccolta di tutte le proposizioni matematiche scritte in simboli, colla dimostrazione e storia. L'uso dei simboli offre il primo vantaggio della brevità; inoltre molte proposizioni che col linguaggio comune paiono distinte, si rivelano identiche; e le proposizioni assumono una forma precisa, molto più che col linguaggio comune. Il prof. Cipolla di Palermo mi scrive: "Ritengo opportunissima, anzi necessaria la pubblicazione di una nuova edizione del Formulario." E sono in caso di continuarlo i proff. Boggio di Torino, Cassina di Milano, Padoa di Genova e molti altri. La lingua usata nell'ultima edizione è il Latino-sine-flexione, molto utile per far conoscere il lavoro all'estero dandoci maggior diffusione, sia per esprimere le idee in modo più chiaramente, non confuse dalle flessioni grammaticali. La storia è fatta riportando i passi degli autori, nella lingua e forma originale. Questo lavoro non deve impedire altri lavori che il Comitato possa intraprendere ed io sarei lieto di dedicare ad esso il restante della mia vita, dopo gli anni settanta.

G. Peano a Gaetano Scorza, 24 febbraio 1929

Documenti

Giuseppe Peano, 1906g*, *Formulario mathematico Editio V, Indice et Vocabulario, (Proba de 100 exemplare)*, Torino, Bocca, 1906 - BDM Milano, coll. Op. A 139, 25 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuseppe Peano, 1908a*, *Formulario Mathematico, Editio V (tomo V de Formulario completo), Praefatione* Junio 1908, Torino, Bocca, 1908 - BDM Milano, coll. Op. A 130, 25 cm. (*marginalia* autografi di Peano).

Giuliano Pagliero, *Applicationes ad geometria, Formulario Mathematico, Editio V (tomo V de Formulario completo)*, cap. VIII, §§ 1-27, Torino, Bocca, 1908 - BDM Milano, estratto.

Giuseppe Peano, 1908a, *Formulario Mathematico, Editio V (tomo V de Formulario completo), Praefatione* Junio 1908, Torino, Bocca, 1908 - Archivio G. Vacca, 25 cm. (*marginalia* autografi di G. Vacca).

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Torino 6 aprile 1905 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. DCLXIV, cc. 1r-2r.

Carissimo Vailati, eccoti alcune ragioni del mio lungo silenzio. Ci tengo a dirtele perché non vorrei che tu credessi, come non credi ancora, che se taccio è per pigrizia. Nei mesi trascorsi a Torino da novembre a marzo, mi sono trovato ogni giorno di più nella classica situazione: *Nel mezzo del cammin di nostra vita*, ecc., ovvero in quella descritta da Descartes nel suo *Discorso sul Metodo*. Detto altrimenti, ho visto di non poter continuare a lungo nel lavoro che negli ultimi sette anni avevo intrapreso a Torino. Le ragioni sono molteplici e non credo siano personali. È certo che per me Torino senza di te, senza Calderoni, Bersano ... e tutti gli altri amici con i quali mi trovavo a continuo contatto, mi ha ora più che mai l'aria di una città deserta. D'altra parte la mia collaborazione con il prof. Peano non è più così urgente come anni or sono. Ora parecchi già conoscono o almeno cominciano a gustare quelle teorie meravigliose alla nascita delle quali io ho assistito con una gioia che pochi potranno provare. Lo stesso Hilbert nel suo ultimo articolo pieno di inesattezze si mette sulla via di Damasco e adopera per la prima volta il segno \supset , sia pure raddrizzato!

Io lascio adunque il posto di Torino appena il prof. Peano abbia trovato un nuovo assistente che mi sostituisca. Il tomo quinto del *Formulario* è bene incamminato ed uscirà a novembre al più tardi. Conterrà molte cose nuove e molte teorie migliorate.

Io ho letto in questo tempo per la prima volta Giordano Bruno, ma non sono riuscito a trovare una buona edizione delle sue opere. Quella del Wagner, 1830, mi pare assai incompleta. È notevole di lui un lato su cui i suoi ammiratori tacciono, cioè che è un diretto scolaro di *Raimondo Lullo* e che le sue idee più belle sono attinte da Lullo.

Non sono in caso in questi giorni di scrivere l'articolo per il "Leonardo", ma spero di venire presto a Firenze e di fermarmi parecchi mesi per compiervi alcuni studi di cui ti

parlerò meglio a voce. Nelle vacanze di Pasqua ti muovi da Firenze? Quando parti? e per dove? Io non ho ancora nulla di deciso perché non so se dovrò restare ancora a lungo a Torino. Certo non oltre la fine dell'anno scolastico. Credimi sempre tuo affezionatissimo G. Vacca

Mi pare conveniente che tu non dica finora che io lascio Torino. Spero di vederti tra breve a Firenze o altrove.

Giovanni Vailati a Giovanni Vacca, Firenze 28 luglio 1905 - BDF Milano, Fondo Vailati, c.p.
Caro Vacca, Finisco ora di leggere l'articolo dell'Hadamard, procuratomi dal collega Sironi (prof. di Fisica a Prato, nonché consigliere comunale socialista ivi ora dimissionario insieme al sindaco Ing. Billia). È molto suggestivo. Bello soprattutto il paragone del "*taillez des marches dans les pentes*" come anche l'altra osservazione sulla stupidaggine del non lasciar trovare all'allievo le dimostrazioni che *pure* sono più facili a trovare che non la risoluzione dei problemi che *pure* si esige che egli risolva. Trovo giustissimo quanto dici nella precedente cartolina e sul maggior interesse *umano* della "grafologia" di fronte alla "*legografia*" (meglio il contrasto si può esprimere opponendo l'ideogrammo-logia alla fonogrammo-logia, ma le parole sono troppo lunghe). Papini parte oggi per una gita (Perugia, Siena, Roma) con Baltrusaitis, tornando però fra 4 o 5 giorni. Veblen non l'abbiamo visto ancora. Ieri dovrebbe essere arrivato Heiberg e andrò a cercarlo. Su quell'applicazione filologica del calcolo delle probabilità sono un po' scettico (È un po' come la sua applicaz[ione] alla telepatia). La Revue de Metaphis. ha due articoli di Logica (Winter, Boutroux). Scrivi, ché non parto per qualche giorno ancora (fino al 2 agosto almeno). Tuo aff. G. Vailati

Giovanni Vailati a Giovanni Vacca, [Crema] 22 settembre 1906 - BDF Milano, Fondo Vailati, senza coll., c.p.

Caro Vacca, Ho avuto la tua cartolina del 3 e vengo ora da Milano ove mi trovai con Calderoni e Enriques (al Convegno di filosofi, riuscito non molto interessante non essendovisi discusso che di cattedre e di ordinam[enti] universitari in modo troppo generico). Trovai Kyparn Stephani, che era là pel Congr. d'insegn. commerciale. Forse verrà anche a Bologna. A quanto vedo dal programma del Congresso degli Insegnanti secondari (Bologna 26-28 corr.) vi è una relazione di Peano-Cabiati sulla questione delle pensioni. Se Peano vi venisse come è probabile sarebbe una buona occasione per trovarci scrivendo anche a Padoa, che del resto probab[ilmente] sarà già a Bologna presso i suoi. Nell'Enseign. Math. vedo una comunic[azione] di Hayashi (Tokyo) su una dimostraz[ione] d'un teor. (relat. alla retta di Simpson) che forse ti interesserà. Scrivi a ogni modo a Bologna f[ermo] p[osta]. Di là verrò a Firenze per 2 o 3 giorni, poi Roma. Tuo G. Vailati

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Chentu 17 novembre 1907 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCXXVI, cc. 1r-2v.

Caro Vailati, Rileggendo la lettera del quasi-pragmatista dell'industriale comasco, ho ripensato al *senso* della parola *senso*. È certo che le *emozioni* hanno una grande immensa

parte nell'azione - esse sono come diceva Bain, il vento, e la ragione dovrebbe essere la vela. Ma ciò che in sostanza, logici e pragmatisti hanno inteso nella loro critica alle *formole vuote*, è questa di avvisare la folla di quali formole essa poteva far *a meno* (e nella vita, quali *cerimonie* sono inutili) senza cessare dalle azioni e dalla vita quale essa ora vive. Si tratta quindi - ed è questo il vantaggio del pragmatismo - di una economia da fare. E la prima e più grande economia è quella che consiste nel rinunciare all'*unità*, quindi *non c'è*, o non si vede. Per mettere in chiaro questa *posizione*, io direi che l'effetto del pragmatismo, applicato all'alchimia, è quello di *nobilitarla*, e di avvisare i chimici che non debbono allarmarsi troppo se alcuno di loro cerca la *pietra filosofale*, o se alcun altro di loro pazientemente cataloga, descrive ed usa *ricette*, o *recipe*, o modi di manipolazione, senza curarsi troppo di sapere, ciò facendo, a quale teoria o sistema obbedisce. Applicato all'ingegneria, consiste nel dire che le teorie grossolanamente *errate*, relative alla resistenza dei materiali, che forse ancora oggi si adoperano, e le formole empiriche, e le prescrizioni per *imitazione* che sono così frequentemente adoperate dagli ingegneri, hanno un vero e proprio valore *scientifico* e *filosofico* non meno del calcolo delle variazioni, che pure etc ...

Io sto rileggendo ora con maggior interesse di prima, le descrizioni di una terra ora non più lontana da me, ma che io non visiterò - od, al più, sfiorerò appena in qualche gita. Il *Tibet* del Desideri (Puini, 1904) è ancora per me il libro più interessante scritto su quest'ultimo regno della teocrazia.

Qualche tibetano corre qui per le vie: ed è qui in questi giorni l'ambasciata del *Nepal* che si reca ad offrire tributo a *Pechino*. (E vi arriverà tra alcuni mesi, per via di terra).

In questi giorni sto cercando *casa* ed è questa un po' una noia, ma anche un piacere, perché mi permette di vedere ogni giorno un certo numero di case vuote, in questa così interessante città. Nel frattempo sono ospitato con molta cortesia in casa del console inglese. Perché tu non fatichi troppo, eccoti la mia posizione geografica: *Chentu*, è la capitale del Szuchian, una città di 400.000 abitanti circa, situata 104°5' longitudine Greenwich, 30°40' latitudine. Io resterò qui, spero per molti mesi, cioè tutto l'inverno e la primavera ventura e, quanto al poi non ho ancora fissato progetti. Continuo ad ammirare i cinesi - alcuni di essi hanno difetti, provenienti dai *contatti* cogli europei. Perché qui in Cina gli europei - fino a poco tempo fa erano privilegiati - ed ora *scontano* - e più sarà in avvenire - i loro errori. Figurati che io non ho il *diritto*, malgrado il mio passaporto, il più ampio possibile, di *risiedere* qui, troppo a lungo. È un privilegio concesso *soltanto ai missionari*! Essi possono comprare e costruire case che stonano orrendamente contro l'estetica. Per fortuna, però, essi fanno un'opera utile, ed è quella di aprir scuole (parlo dei protestanti) in cui insegnano l'inglese - ed un po' di scienze - ed ospedali con medici europei. Ma i cinesi cominciano a *far da sé* - *assai più e meglio* di quanto non si sospetti in Europa. E non io certo, me ne dolgo, sebbene ciò renda meno facili i miei studi. Tuo aff.mo G. Vacca

Ho scritto a Papini, ieri l'altro. Avrà ricevuto?

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Chentu 20 dicembre 1907 - BDF Milano, Fondo

Vailati, coll. CCXXVII, c. 1r-v.

Caro Vailati, Eccoti alcune impressioni dopo quasi un mese di residenza in questa bella città di Chentu. Questa grande e nobile città, come diceva Marco Polo, (che la chiamava Sin-din-fu) ha ancor oggi come ai suoi tempi una circonferenza di 20 miglia (in fatto 16 chilometri), è circondata da mura alte, merlate, ben conservate - sulla cresta delle quali una splendida passeggiata ... ma queste ed altre simili notizie puoi averle dai libri - numerosi (di *Hosie, Baber, Bishop, Richthofen*...) Ti dirò invece che credo di aver trovato un amico. È un giovane alto, gentile, che parla un po' l'inglese, e che verrà presto in Europa, e forse in Italia - a completare i suoi studi. È innamorato degli studi, ed ora sto scrivendo con lui una piccola grammatica italiana ad uso dei cinesi. Suo padre pure deve essere molto studioso. È ora in viaggio. Ha costruito una specie di planisfero, ossia uno strumento a due cerchi graduati ortogonali, con altri cerchi mobili ... per studiare astronomia sferica. Perché qui si studiano ancora i vecchi libri che i gesuiti hanno tradotto (facendoli passare per propri?) duecento anni fa - e se ne fanno tante nuove edizioni, che io ne sono stupefatto. La mia lingua parlata migliora, non così la lingua scritta, la quale si studia meglio col soccorso di molti libri e dizionari che io posso avere solo in Italia. Perché qui non vi sono ancora biblioteche pubbliche (Se ne apriranno due l'anno venturo a Pechino). Con questo mio amico - e cogli altri cinesi che qui conosco - sono studenti, la maggior parte - discorro assai spesso di Grecia e di Roma. Finalmente i cinesi cominciano a sapere che Grecia e Roma esistono e questo è per merito soprattutto dei cinesi stessi - perché i missionari naturalmente non hanno mai rivelato ai cinesi la vera origine della nostra civiltà - od almeno non hanno posto in luce mai quanto noi dobbiamo a Grecia ed a Roma. Ma perché gli altri Europei non hanno mai pensato a farlo? Così non credo che i cinesi finora abbiano un'idea esatta dei rapporti di parentela mutua dei diversi popoli d'Europa o, se l'hanno è falsata dal fatto che i soli libri Europei ora in larga scala diffusi qui sono i libri di testo delle scuole elementari inglesi ed americane. In questi libri le *proporzioni* della storia, sono tanto *alterate*, che io non ho potuto persuadermi che questi libri fossero davvero quelli usati in Inghilterra, se non pensando a quelli delle nostre scuole elementari. Che immagine storta del mondo essi offrono! E non parlo di quelli addirittura *indecenti* delle scuole confessionali francesi. Una pagina molto interessante delle relazioni (*negative* - come si possono chiamare? *anti-relazioni* - *stringere un'inimicizia* - come bisogna dire?) tra Cina ed Europa è stata scritta proprio ora dal prof. B. Laufer nelle Smithsonian Miscellaneous collections (quarterly Issue, vol. 50, part. 2 Washington September 1907). È la storia delle relazioni tra cinesi e spagnuoli nelle isole Filippine poco prima del 1600.

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Chentu 25 gennaio 1908 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CCXXVIII, cc. 1r-3v.

Caro Vailati, Aspettando la tua lettera, ho ricevuto "il concetto di massa" secondo le discussioni della Società di fisica. È un fascicolo molto interessante - ed io l'ho letto *d'un fiato*. Mi ha fatto piacere assai, anche un po' come Genovese, la citazione di *Baliano*. È questa, la sua più grande scoperta, se pure un passo analogo a quello che tu citi a pag. 47

non si trovi forse anche in Galileo ... Ho visto che in generale c'è una tendenza ad insegnare la meccanica in modo *sperimentale*. Ora io non vedo perché la meccanica debba essere insegnata in modo più o meno sperimentale dell'aritmetica e della geometria. E questo confronto dell'aritmetica e della geometria mi suggerisce il perché della inferiorità della meccanica su queste due scienze. Queste sono tanto antiche, che la loro terminologia, e le loro verità sono tanto penetrate in tutto il nostro linguaggio che perfino il dizionario della Crusca ed altri simili non riescono a travisarla troppo. Mentre invece le parole della meccanica forze, velocità - massa - son parole tecniche entrate da poco nei dizionari, e quindi si hanno generalmente su di esse idee molto vaghe e confuse ... Io credo che basterebbe una revisione che la *Società di fisica* potrebbe intraprendere, per esempio del dizionario della Crusca, ed in conseguenza nei dizionari adoperati nelle scuole - per rettificare e chiarire molte idee. Perché i nostri allievi delle scuole secondarie sono per la massima parte del loro tempo occupati nello studio della lingua classica - ed è quella che essi adoperano per studiare poi le scienze ... Per tornare al sistema di postulati della meccanica - io penso che sia stato trascurato nella rivista fatta il sistema di Grassmann nella sua *Ausdehnungslehre*. Purtroppo Grassmann era un uomo che pensava tanto *profondamente* da nascondere il suo pensiero, involontariamente ... A quando una traduzione italiana, con *note* dell'*Ausdehnungslehre* del 1844? Si potrebbe tentarla e gioverebbe molto allo studio non solo della matematica, ma anche della filosofia. - Da molto tempo io vi ho pensato - ma non ne ho ora né tempo né modo. È un'impresa che potremmo tentare assieme al mio ritorno - se anche a te piace. Io penso che il metodo più semplice e più adatto per insegnare la meccanica convenientemente dovrebbe essere quello di insegnarla assieme col *calcolo geometrico*. Questo calcolo, fornisce un linguaggio sufficiente - e preciso - per questa scienza. Anzi forse il solo linguaggio *coerente*. Ma bisognerebbe per procedere per questa via fare molti tentativi ed esperimenti didattici - i quali sono difficili e non sempre privi di inconvenienti. Sulla massa, sul tempo e sullo spazio c'è ancora molto da dire. Ed eccotene una prova. Il prof. Peano non ha mai parlato credo di *spazio fisico* - come diverso dallo spazio della geometria - ma invece nel *Formulario* 5ª edizione pag. 294 egli parla di un *tempo fisico*. Che cos'è ?

La lezione di G. Castelnuovo pag. 26-28 è una delle più interessanti pagine del volume. Vi ho fatto molte note in margine: ma egli ha il merito di aver scritto molto chiaro ciò ch'egli pensa. Ma io andrei più in là - credo nella sua via. Vista la mancanza di accordo - sui modi di insegnare che cosa sono massa, forza, accelerazione, dinamica, statica, ... si potrebbe *presupporre* noto l'uso di queste parole - ed insegnare invece soltanto i teoremi su cui si va d'accordo. In sostanza, mi sembra che l'eguaglianza $\text{forza} = \text{massa} \times \text{accelerazione}$ (*) possa bensì, volendo definire la massa = $\frac{\text{forza}}{\text{accelerazione}}$ ed è quello che mi pare faccia Castelnuovo - ma gli schiarimenti necessari per far vedere il senso della (*) mi paiono dover essere tanto complessi da rendere inutile o non vantaggiosa una definizione di massa. Io non vedrei altrettanto difficile la cosa se vi fossero delle esperienze semplici capaci di *mostrare* che cos'è una *accelerazione*. La sola parola fa vedere che si tratta di una idea nuova (di Galileo?). Ma io non ne conosco altra chiara idea che quella

di dire che l'*accelerazione* è la derivata della *velocità*, ossia la derivata seconda del *moto*. E messa in chiaro così la cosa, la parola inutile nella meccanica, diventa la parola *forza* ... Ma bisognerebbe pensare a lungo su ciò ed ora non ne ho modo. Io non so se hai notato che le lettere *f* (forza), *m* (massa), *v* (velocità), *s* (spazio), *t* (tempo), *a* (accelerazione) hanno nei libri di meccanica una forza ben maggiore di quella che non spetti alle umili lettere *variabili*, ma hanno un po' della vitalità dei simboli del *Formulario*. E così le formule della meccanica $f = ma$, $s = vt$, sono qualcosa di più di semplici eguaglianze ...

Io sto studiando i matematici cinesi di cui ho una discreta collezione. Spero di poterne tra breve estrarre notizie che, spero, interesseranno. La parola *numero* in cinese, è legata strettamente alla parola *spesso*. Quale è l'etimologia del latino *saepe*? ...

3 Febbraio 1908. Riprendo dopo le feste del capo d'anno cinese la lettera interrotta. Ho ripensato in questi giorni di vacanza al concetto di massa ed alle esperienze relative. Io credo che bisognerebbe nelle scuole rifare rapidamente la via storica. Ora nella storia, la meccanica, la massa, l'accelerazione, etc. sono figlie della *balistica*. Perché non insegnare gli elementi della balistica - al principio del corso di meccanica? Fucili, cannoni, effetti dei proiettili sulle corazze sono nozioni generalmente note agli allievi di liceo - si tratta soltanto di precisarle ed illustrarle. Il tiro a segno interessa tutti i giovani ... Ma bisognerebbe per fare bene la cosa, sfrondate i trattati di balistica ordinari da tutto ciò che vi è di eccessivamente tecnico ... Questo genere di *esperienze* ed osservazioni *dal vero*, fuori del gabinetto hanno maggior valore di quelle artificiali e schematiche dei libri di fisica. Accade la stessa cosa per l'aritmetica. Un libro di *conti* di un negoziante, è più istruttivo di un pallottoliere. Così pure per l'astronomia: bisognerebbe insegnarne gli elementi agli allievi delle scuole secondarie - senza l'uso del cannocchiale, o peggio, di risultati di teorie che l'insegnante dà per vere, senza conoscerle egli stesso. Io penserei che l'*aritmetica* dei ginnasi non dovrebbe essere che l'*arte di fare i conti*. (C'è qui tutto un bellissimo lavoro da fare: far andare d'accordo il linguaggio dei *ragionieri* con quello dei matematici). La geometria solida dei licei dovrebbe essere *cosmografia* ... La meccanica - *balistica*, dapprima ...

È già stato rilevato da qualcuno che la macchina a vapore non è altro che un *fucile* perfezionato? Per esserne convinti, basta pensare che la macchina *pitecantropo* è esistita davvero - un esemplare di essa era il motore a polvere di *Papin*.

Io ho ora in mente una quantità di progetti da porre in pratica al mio ritorno in Italia. Bisognerebbe cominciare quella certa rivista di storia delle scienze di cui abbiamo parlato. Vorrei per le nostre scuole secondarie dare una traduzione di Euclide col *testo a fronte* ed opportune note. Verrebbe a tempo ad impedire che gli allievi perdano il gusto della geometria euclidea adoperando solo libri *moderni up to date*.

Ed ora eccoti un po' di notizie dalla Cina. Ho fatto amicizia con una famiglia cinese di qui, la famiglia di uno studente della scuola anglo-cinese governativa, di questa provincia (*Szechuen*). Suo cugino è ora al Giappone a studiare assieme ad oltre *diecimila* altri giovani cinesi. Un suo zio è un *siu-tsai* o, come si direbbe da noi, un *baccelliere* che mi dà lezione tre ore al giorno: un uomo timido (oltre 30 anni), erudito, tranquillo; un altro suo zio è

un fotografo che mi aiuta a sviluppare le fotografie che vado raccogliendo, di Chentu e dintorni. Per avere un'idea di questa vita cinese, bisogna che tu legga la *Cité chinoise* di Eugène Simon. È un volumetto uscito a Parigi una ventina d'anni fa. I gesuiti ed i missionari ne dicono tutto il male possibile - ma esso corrisponde pienamente alla mia esperienza di tutti i giorni. In fatto di moralità, di cortesia e di dolcezza di costumi i cinesi generalmente ci superano ... Qui tutte le nazioni lavorano attivamente a farsi conoscere - eccetto l'Italia. C'è stato in questi giorni un *congresso* di missionari protestanti inglesi ed americani, della provincia. In tutto un duecento persone. Sono stati ricevuti dal governatore, hanno discusso e pregato per otto giorni e presto partiranno. La città è però tanto grande che non ne ho incontrato che pochissimi per le vie e qualcuno al consolato inglese. È passato di qui Mr. Cecil Clementi membro del governo di Hong Kong, che partito da Londra nel Giugno scorso, ha attraversato l'Asia centrale ed è tranquillamente arrivato qui percorrendo la via di Marco Polo od una simile. Sono passate pure un mese fa - due *signore sole* inglesi dirette a Burma in India, dove andranno attraverso l'Yünnan. Si aspettano qui una dopo l'altra due missioni scientifiche - o militari - francesi. Viaggiatori giapponesi - ne vedo molti. Di italiani pare proprio che da Marco Polo in poi, nessuno sia stato qui prima di me!

Bisognerebbe cercare di attrarre in Italia, fornendo loro schiarimenti e facilitazioni, almeno un piccolo numero delle molte centinaia di cinesi che vengono ogni anno in Europa a studiare. Ma quando si arriverà a questo? Ti segnalo - purtroppo in *un mare magno* - un discorso del Dr. Morrison corrispondente del Times a Pechino, fatto alla *China association* di Londra, in un banchetto, nel quale si pongono nella vera luce i meravigliosi progressi che la China va compiendo - per assimilarsi le cognizioni europee. Ma purtroppo noi non abbiamo qui in Cina che pochi missionari ignoranti (oltre i pochi negozianti di Shanghai e di qualche altro luogo) i quali non sono in caso di insegnare ciò che essi ignorano. E perciò essi, come i missionari cattolici in generale vanno *diminuendo* ogni giorno nella stima del pubblico cinese. Ed essi si *appartano* sempre più da un mondo che non capiscono e non amano perché lo disprezzano ... Tuo aff.mo Giovanni Vacca

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Chentu 7 febbraio 1908 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. DCLII, cc. 1r-2v.

Caro Vailati, Ricevo oggi, di ritorno da una gita fatta in due giornate, assieme a due cinesi amici miei alla vicina cittadina di *Sin-tu*, (famosa per i suoi conventi buddisti, i suoi dolci, etc.) i due opuscoli - la tua recensione di Limentani e *L'economia politica nell'insegnamento secondario* di Umberto Ricci. Mi sono piaciuti entrambi, assai. Notevole nell'opuscolo del Ricci la necessità che egli rileva dell'insegnare ricorrendo ad esempi tolti dalla *vita vera ed odierna*. È su per giù quello che ti scrivevo si potrebbe fare nell'insegnamento della meccanica e di tutte le altre scienze. Perché non insegnare la *geodesia* o meglio la topografia pratica assieme colla geometria, o l'aritmetica assieme colla ragioneria? In verità son tutte una cosa - sebbene i due linguaggi quello vero e quello della scuola abbiano origini e tradizioni diverse. Da questo punto di vista i trattati di Leonardo *Fibonacci* e di Luca *Pacioli* *superano* come valore didattico gli scheletrici libri moderni (o meglio non

scheletrici - perché sarebbero brevi - ma ripieni di un frasario inutile). Un'altra prova di ciò l'ho nello stesso fascicolo sul concetto di massa, sul quale ti ho scritto a lungo pochi giorni fa. Tu, il *Mach stesso* e molti altri vi siete spaventati dell'introduzione negli elementi della meccanica come schiarimento ai postulati, dell'uso di un semplice apparecchio ruotante. Ma forse, mi è venuto in mente, ciò dipende soltanto dal fatto che non avete osato dare all'apparecchio il suo nome volgare: *volante* = *ruota di locomotiva* e simili. Quale è la *storia* (per non dire etimologia) della parola: volante? È evidentemente un nome nuovo, sebbene non sia altro che la *corrente rota* di Orazio o di Ciuan-tze. Perché racchiude anche una idea che un paio di secoli fa era nuova. Ma oggi i *volanti* sono tanto usati dappertutto che non vedo perché non si potrebbe cominciare a stabilire il concetto di massa di un corpo omogeneo, dalla considerazione delle diverse velocità impresse a *ruote* di varia grandezza estratte dal corpo stesso, - da una stessa forza o da forze diverse. Non mi sembra difficile far fabbricare modelli molto semplici che mettano in chiaro l'idea di *massa* di corpi diversi per mezzo di *volanti* - o strumenti simili. Bisognerebbe pensarci, (misurare per es. la forza necessaria e fermare un volante in moto ad una data velocità ...)

Mi è pure piaciuto, ti dicevo ora, l'uso delle *utopie*. Io temo molto però che alle *utopie* non debba presto capitare la stessa disgrazia capitata alle lingue universali - che cioè venga un altro Couturat a farne una bibliografia e storia per ogni singolo argomento di cui si occupano (utopie sociali, utopie morali, utopie astronomiche, etc.) - perché ho una gran paura che queste utopie non siano altro che conscie ed inconscie imitazioni le une delle altre (per es. il *dott. ox* vale di più dei *giorni della cometa*). In altri termini le utopie come esperimenti mentali sono molto pericolose - come del resto tutti gli altri *esperimenti mentali*. Il che mi ha rimesso in mente una mia vecchia considerazione pei *limiti delle scienze*. Fino a che punto conviene agli uomini di sapere? Il nostro amore per il sapere - e la nostra stima per i dotti deve essere ed è illimitata? Io credo di no. Potrebbe essere, - ed è l'ipotesi più pessimistica ma forse è vera, che ciò che noi chiamiamo scienza non fosse altro che un *ornamento* come le penne del fagiano o del pavone. I popoli che amano la scienza, la storia, la poesia, si lasciano facilmente guidare da popoli più forti di loro, che li conquistano e li asserviscono ma, trovandoli *belli* non li massacrano, ma li lasciano vivere. Per effetto di selezione naturale i popoli che hanno il gusto del sapere devono sopravvivere più a lungo degli altri. Si spiegherebbe allora così come il popolo greco sia stato tanto perfetto. Esso non dovrebbe la sua perfezione che ad una serie di successive lotte e conquiste ... Se la mia ipotesi fosse vera, dovrebbe verificarsi questo fatto, che dopo ogni invasione di barbari dovrebbe aversi una rifioritura nelle scienze, nelle arti e nelle lettere del popolo conquistato. L'ultimo esempio è forse l'invasione napoleonica in Italia - la quale forse sola ha avuto l'efficacia di provocare una quantità sufficiente di energia morale per fabbricare l'Italia. Ma se questo fosse - e temo che sia - guardando lo stato presente di *decadenza* intellettuale e scientifica della Germania (la quale dovrebbe, come l'Italia, il suo sviluppo alla stessa conquista napoleonica) ciò che noi chiamiamo *progresso* non sarebbe che una reazione limitata ad urti di razze e popoli diversi. Che potrà avvenire dopo che le ultime razze dalle quali eravamo ancora lontani

- giapponesi e cinesi - saranno in stretti rapporti con noi? È da temersi che in uno stato socialista mondiale non vengano a precisarsi, ad assumere forma determinata non solo i rapporti sociali e la vita materiale - ma anche i desideri e le previsioni. Le quali *previsioni* sono forse nello stato attuale eccessive. Noi abbiamo la smania di voler troppo prevedere e per avere il gusto di prevedere - siamo stati capaci di fabbricare teorie completamente false. Penso all'astrologia che qui in Cina é ancora viva - ed é anche viva in Europa, quando tu ti dia la pena di comprare il "Tempo che farà" od altri almanacchi più diffusi ed apprezzati nelle masse. In altri termini bisognerebbe forse, ed accadrà forse presto, che si pensi a fabbricare una scienza dell'ignoranza - la quale consisterebbe nell'insegnare a non prevedere, a non desiderare se non determinati oggetti. È possibile cioè dopo il vecchio *misticismo* cattolico - un misticismo scientifico. Catalogo di cose inutili da sapersi:

1. Millesima cifra decimale di π
2. Eclissi di sole e di luna dell'anno 2000. Tuo aff.mo G. Vacca

Giovanni Vailati a Giovanni Vacca, Roma 8 giugno 1908 - BDF Milano, Fondo Vailati, senza coll., cc. 1r-4v.

Caro Vacca, dalla tua lettera, partita da Chentu il 19 Aprile e giunta a Crema il 10 corrente vedo che, come è naturale, non ti sono ancora arrivate due mie successive lettere accompagnate da invii che forse troverai arrivando a Pekino. La tua è arrivata qui a Roma proprio in tempo per essere letta, insieme che da me, da Padoa che fu qui qualche giorno per prender parte a un concorso "speciale" (per Istituti tecnici in sedi di 1° ordine). La Commissione era composta da Enriques, Pittarelli, Gazzaniga. La lezione di prova (a cui assistei, come pubblico, insieme al prof. Varisco) ebbe per soggetto - estratto a sorte - i numeri negativi. Padoa ne approfittò per far della propaganda logico matematica, rischiando coraggiosamente di irritare i giudici. Questi, tuttavia si mostrarono abbastanza di vedute larghe dando della lezione complessivamente un giudizio favorevole; per quanto, a mio parere, meno favorevole di quanto essa meritava. Come risultato finale Padoa riuscì, superiormente alla mia stessa aspettativa iniziale, il 2° (sopra 18 o 20 concorrenti) e può dire d'aver vinto una buona battaglia.

In questa settimana ho avuto una corrispondenza abbastanza frequente con Peano a proposito di quel mio lavoro (di cui ti dissi, in una delle lettere che ti stanno raggiungendo) sui caratteri morfologici e sintattici del linguaggio algebrico. Esso avrebbe lo scopo di richiamare l'attenzione dei "grammatici comparati" sull'interesse che presenta lo studio dei linguaggi tecnici artificiali, i quali, appunto per la loro maggiore "artificialità" mettono in luce dei fenomeni linguistici che nelle lingue propriamente dette, a causa della loro prevalente "naturalità", si trovano quasi allo stato latente e rudimentale (subcosciente).

A proposito di lingue vedo annunciata dall'Open Court P. Company, una nuova grammatica cinese (*The Chinese language and how to learn it. A manual for beginners* by Sir Walter Hillier K. C. M. G., C B) (Pp 263 prezzo 3 dollari 75 cents). È poco probabile che tu non la conosca già, ma a ogni modo te la indico anche per sapere poi come vale.

La Commissione per la riforma della Scuola, da qualche mese è praticamente non esistente. Ora (in Luglio) spero che ritorneranno i colleghi e che si conchiuderà qualche cosa. Sto leggendo un interessante libro sull'insegnamento della fisica (Dannemann *Der naturwissenschaftlichen Unterricht aus praktische heuristischer Grundlage*). Vi si sostiene la necessità di abolire ogni distinzione tra lezione e esercizi di laboratorio. Le esperienze devono farle gli alunni e non il professore, ed è con esperienze che essi devono rispondere alle domande di questo. Tra le affermazioni che in questo libro mi hanno stupito di più è questa: che gli elogi che gli uomini di stato o educatori inglesi hanno in questi ultimi fatti delle scuole tedesche, per quanto riguarda lo studio delle scienze fisiche e naturali, non sarebbero che artifici retorici (iperboli) per eccitare i propri connazionali a migliorare ancora più: mentre essi già ora, e in quest'ultimo decennio, si sono avanzati ben più in là dei tedeschi in questa direzione. (A meno che anche questa non sia un'iperbole del Dannemann, dovuta pure allo scopo analogo di eccitare invece i tedeschi).

Il libro di Papini sul pragmatismo doveva essere pubblicato da Alcan, ma nel redigerlo egli si è accorto di non poterlo compiere in modo soddisfacente e vi ha rinunciato. Ora si trova a Pieve Santo Stefano (paese della moglie) e di là qualche giorno fa mi disse d'aver avuto una tua cartolina. I mesi d'inverno conta passarli a Milano. "Firenze", come vedi, si disgrega; vi sono restati solo Prezzolini e Calderoni a guardarsi in cagnesco, e assolutamente "incollaborabili". Del secondo ti mando l'ultimo prodotto (uno studio psicologico sulle varie specie di responsabilità), unendo al plico anche il N°, ora uscito, del *Journal of philosophy*, ove troverai un recente mio articolo inglese, derivante pure, come l'altro sulle distinzioni, da uno già pubblicato sul Leonardo.

Io sento molto la mancanza di questo e anche tu la sentirai tornando. Bisognerebbe proprio realizzare quell'antica idea di fondare un periodico speciale per questioni di Storia delle Scienze, Logica, Semantica (sul senso di studio dei *segni*, dei loro significati, del loro impiego, etc.). Itelson, qui a Roma ultimamente per il Congresso, raccoglieva adesioni per iniziarne uno, internazionale, col titolo "Logos", ma credo poco alla sua serietà. Tienimi informato al più presto del tuo itinerario di ritorno. Tuo aff. mo G. Vailati

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Shanghai 1° ottobre 1908 - BDF Milano, Fondo Vailati, senza coll., cc. 1r-2v.

Caro Vailati, Tra due giorni - dopo domani - parto per l'Europa - e cioè per Genova - dove arriverò se il mare è tranquillo, il 2 o 3 *Novembre* sul piroscalo del Norddeutscher Lloyd, *Seretzow*. Parto col più vivo dispiacere - perché amo ora più che mai, questo magnifico popolo - questa civiltà - questo suolo. Ma credo che vi tornerò. Potrei dirti e scriverti molte cose - ma preferisco farlo, non più a Castelmur - *ma non* all'Aragno ..., di sera. Preferisco ora intrattenerti su un sofisma verbale dei più diffusi e pericolosi. Perché attribuire una *massa* ai popoli proporzionale al numero dei loro abitanti - quando *si vuole muovere* o *cambiare* alcuna delle loro abitudini e dei loro modi di pensare? I *moti* dei popoli verso nuove forme sociali, verso determinate *idealità*, non seguono affatto le leggi della meccanica - se si suppone che essi abbiano una *massa* muoventesi in uno *spazio* dotato delle ordinarie proprietà. Tanto è vero, che quando si esce dalle inutili e verbali

considerazioni sul *progresso o moto* di un popolo in certe vie - ma si parla di *moti* o delle *sommosse reali* di una *folla*, le immagini non sono più tolte alla meccanica - ma alla *chimica*. Gli *agitatori*, coloro che *soffiano nel fuoco*, che *pescano nel torbido* - *agiscono* sulle folle, non come una *forza* agente su una massa - ma come un *chimico* che provoca una *reazione, in un composto instabile* ... Questa seconda serie di immagini sembra più appropriata della immagine *meccanica* dei popoli, ed io ne ho dovuto far uso assai spesso pensando al *precipitarsi* degli eventi qui in Cina ... Sarebbe interessante e non credo difficile - il dimostrare il danno dell'errore di attribuire una massa rilevante ai popoli più numerosi, supponendoli più *lenti* ad agire degli altri. Anzi, ora in Europa - *la Germania sembra il più instabile popolo* ...

Ho letto in questi giorni la *seconda* dimostrazione dell'ultimo teorema di Fermat di Lindemann. Ma *temo* che sia al pari della prima, *insufficiente*. Ho pure letto la magnifica introduzione di Francis Darwin al congresso dell'Avanzamento delle scienze di Dublino. Anche per la teoria dell'*evoluzione*, io credo che Weismann e C. siano stati *travolti* da *immagini* disadattate. F. Darwin ne ha molte assai *felici*.

Diego Ruiz, *Genealogia de los simbolos*, Barcellona, Imprenta de Henrich y Comp. en C. Editores, 1905 - BDM Milano, coll. 01.1905.01, 16 cm.

Eliakim Hastings Moore, *Introduction to a Form of General Analysis* in Eliakim H. Moore, Ernest J. Wilczynski, Max Mason (a cura di), *New Haven mathematical colloquium: lectures delivered before members of the American Mathematical Society in connection with the summer meeting, held September 5th to 8th, 1906*, New Haven, Yale Univ. Press, 1910 - BSM Torino, coll. 00B 1910 NEWH, 25 cm.

Bertrand Russell, Alfred North Whitehead, *Principia mathematica*, vol. 1, Cambridge, University Press, 1910 - BDM Parma, coll. MATH D. Cassina D 6, 27 cm. (*marginalia* autografi di Peano)

Giuseppe Peano, 1913i, *Alfred North Whitehead, Bertrand Russell, Principia Mathematica*, Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche (G. Loria), 1913, Aprile-Settembre, pp. 47-53; 75-81 - BN Torino, coll. 51-59.

Giuseppe Peano, 1915j, *Importanza dei simboli in matematica*, Scientia, 18, 1915, 1° settembre, pp. 165-173 - Acc. Sci. Torino, estratto, coll. Misc.88619.

Giuseppe Peano a Gaetano Scorza, *Torino 24 febbraio 1929* - BC Cuneo, Archivio G. Peano, N. 101311.

Chiar.mo collega, Permetta anzitutto che mi congratuli della sua nomina a presidente del Comitato matematico del Consiglio delle Ricerche. Un lavoro collettivo che si può fare è la pubblicazione di una nuova edizione del *Formulario matematico*, di cui la quinta ed ultima edizione del 1908 è ora esaurita. Questo *Formulario* è una enciclopedia

matematica, o raccolta di tutte le proposizioni matematiche scritte in simboli, colla dimostrazione e storia. L'uso dei simboli offre il primo vantaggio della brevità; inoltre molte proposizioni che col linguaggio comune paiono distinte, si rivelano identiche; e le proposizioni assumono una forma precisa, molto più che col linguaggio comune. Il prof. Cipolla di Palermo mi scrive: "Ritengo opportunissima, anzi necessaria la pubblicazione di una nuova edizione del *Formulario*." E sono in caso di continuarlo i proff. Boggio di Torino, Cassina di Milano, Padoa di Genova e molti altri. La lingua usata nell'ultima edizione è il Latino-sine-flexione, molto utile per far conoscere il lavoro all'estero dandoci maggior diffusione, sia per esprimere le idee in modo più chiaramente, non confuse dalle flessioni grammaticali. La storia è fatta riportando i passi degli autori, nella lingua e forma originale. Questo lavoro non deve impedire altri lavori che il Comitato possa intraprendere ed io sarei lieto di dedicare ad esso il restante della mia vita, dopo gli anni settanta. Suo devotissimo.

Giuseppe Peano, *Signos de Mathematica Historia*, 1929 - BC Cuneo, Archivio Peano, ms. N. 103063, cc. 1r-4r.

Mathematicos construe systema de signos, aut symbolos, que permitte de exprime aliquo propositione, et etiam theorias completo. Isto symbolos constitue lingua universale inter mathematicos. Me expone historia de symbolos hodie in usu.

Hodie nos repraesenta numeros per cifras. Prof. Stamm, in *Schola et Vita* a. 1929 pag. 263-268 expone "Origine de nostro cifras", in modo amplo et exacto. Me reassume isto historia.

Primo modo uso ab homines pro indica numeros es repetitione de idem signo. Cubos uso in joco de alea habe facies numerato per punctos ab uno ad sex. In joco de chartas, idem signo es repetito usque ad decem. Horologios indica hora per repetitione de idem sono, usque ad 12.

In scriptura de antiquo Egypto (a. -4500 a. Ch.), de Babilonia (a. -3000) existe signos pro numeros 10, 100, etc. Numeratione Romano adopta signos I, II, III, IIII; postea signos speciale V, X, ... pro numeros majore.

Habitantes de Egypto in primo tempore, ab anno 4500 a. Ch. scribe super lapides; et in a. -2500 scribe super papyro, et transforma scriptura hieroglyphico in hieratico, plus rapido. Illos transforma symbolos de numeros 1, =, ≡, in signos que habe forma circa 1, 2, 3.

Fl. Cajori, *Notations in Elementary Mathematics*. 1928.

Uno sapiente de India fac inventione de zero. Historia non transmittit ad nos nomine de isto sapiente.

Lucas, *Arithmétique*, pag. 156.

Löffler, *Ziffern und Ziffernsystem*, 1912. BM. C.VI.282, Bd 1 e 34.

In magis antiquo documento, de anno +738, zero habe forma de puncto, aut de parvo circulo.

Mathematico arabo Muhammed ibn Musa, a. 850, adopta cifras.

Leonardo de Pisa, in "*Liber Abaci*" a. 1202, adopta cifras, et dice:

“Novem figurae indorum hae sunt 9 8 7 ...” mio libro di Giochi p. 20.

Existe uno moneta de Sicilia, cum inciso anno 1138 in cifras.

Forma de cifras varia cum populos et tempore. Post inventione de typographia, cifras sume forma actuale. Formul. V. pag. 29

= , es aequale, es introducto ab Recorde, a. 1557 (citare il passo, vedi retro), adoptato per Newton (1643-1727) substitue antiquo *ae* initiale de *aequale*, et ∞ de Vieta (a. 1540-1603) Leibniz (1646-1716).

+ plus, et – minus appare circa anno 1500, et substitue initiales *p* et *m*. Widmann, Arithmetic, pubblicato in Lipsiae 1489, scribe 4+5 pro indica 4 quintale et 5 libra, ergo + es signo de separatione. Isto signos appare cum valore actuale in Stifel a. 1544, que dice: “diser meine Zeichen”, “isto meo signos”; Vieta a. 1591 adopta illos, et fi de usu universale. Mio libro Giochi p. 21, Sulla forma dei segni di Algebra 1919.

Robert Recorde, The whetstone of witte, London 1557.

(Rara Arithmetica di Smith)

Isto “lapide pro acue ingenio”, dice:

“And to avoide the tedious repetition of these woordes: is equalle to: I will sette as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or gemowe lines of one lenghte, thus =, bicause noe .2. thynges can be moore equalle”.

versione: “Et pro evita tedioso repetitione de isto vocabulos “es aequale ad”, me vol pone, ut me fac saepe uso in labore, uno paria de parallelas or gemino lineas de uno longitudine, ita =, nam non duo objecto pote es plus aequale.”

Per signos praecedente nos pote exprime aliquo propositione completo: $2+3=5$, $7-3=4$. × “multiplicato”, Oughtred, Clavis Mathematica, a. 1631; Harriot, 1631.

Nos subintellige signo ×, quando non existe periculo de aequivocos in expressiones de forma $2a$, ab . Ita in linguas moderno: I. duecento, F. deux cents, H. dos cientos, A. two hundred= 2×100 .

Aliquo Auctore scribe $a \cdot b$. | diviso, $>$ $<$, Parenthesi :

Usu de litteras a , b , c , ... z pro indica objectos non determinato, es in Aristotele. Illo enuntia syllogismo sub forma:

“Si omne A es B, et si omne B es C, tunc omne A es C”.

Euclide adopta litteras pro indica punctos, lineas, numeros.

A History of Mathematical Notations, by Florian Cajori, PhD, prof. of the History of Mathematics, University of California. Volume I. Notations in elementary mathematics. 1928. M.III.90

Balyonians p. 7 Tavole astronomiche importanti p. 8

$$60 / 2 = 30$$

$$60 / 3 = 20$$

$$60 / 4 = 15$$

$$60 / 5 = 12$$

$$60 / 6 = 10$$

$$60 / 8 = 7.30$$

Egyptians

Phoenicians and Syrians | $\Upsilon \supset$
15 10

II. N. 409, mio N_p =numero primo

N. 535, mio $\overline{\cos x}$, e $\cos^{-1} x$

N. 637, mio $L_m \int (f, a^{-b})$

N. 671, segni \supset in Lambert, ... varia forma.

N. 688. signs of Peano N 690-699.

p. 348. N. 749. Volapük, Esperanto.

p. 43. dice che io attribuisco a Euler la not. $B_1 B_3 B_5$ pei numeri di Bernoulli, but Peano does not give the reference.

N. 590. mio $D(f, x+Q_0, x)$

N. 627. mio $\int (f, a^{-b})$

N. 492. mia notazione F_c , inesatto.

N. 470. mio log, Log

N. 646. non chiaro

N. 505 vettori

N. 725 Esecuz tipografica delle formule matem.

Louis Couturat, *Formulario Mathematico*, R.M.M., 14, 1906, Supplément, p. 11 - BN Torino, coll. 63-55.

Wladyslaw M. Kozlowski, *Podstawy logiki czyli zasady nauk*, Warszawa, Wydawnictwo M. Arcta, 1917 - BDM Milano, coll. 03.1916.1, 21 cm.

Francisco Perez de Muñoz, *Introducion al estudo del calculo de cuaterniones*, Madrid, Garcia, 1906 - BDM Milano, coll. 20.1905.01, 22 cm.

Michele Cipolla, *Sui fondamenti logici della matematica secondo le recenti vedute di Hilbert*, Annali di Matematica pura e applicata, s. 4, 1, 1923-24, pp. 19-29 - BDM Milano, estratto.

Alfred Tarski a Giuseppe Peano, Varsavia 2 novembre 1932 - BC Cuneo, Archivio Peano, N. 102841, c. 1r.

Hoch verehrter Herr Professor! Ich nehme mir die Freiheit, Sie mit einer privaten Angelegenheit zu behelligen. Ich habe nämlich die Aussicht, für das kommende Jahr 1933/4 das Rockefeller-Stipendium für das Studium in Ausland zu bekommen, und würde mich sehr freuen, wenn ich eine Zeit unter Ihrer Führung in Turin arbeiten dürfte. Würden Sie damit einverstanden sein?

In Erwartung Ihrer freundlichen Antwort verbleibe ich inzwischen

In vorzüglicher Hochachtung Dr. Alfred Tarski, Privat-Dozent a. d. Universität.

Il est en 1716 " J'oserois ajouter une chose, qui n'y auroit été, mais fort utile, ou si j'étais plus jeune, ou moins pauvre, j'oserois donner une manière de symboles générale, ou toutes les vérités de raison seroient réduites à une façon de calcul. Il seroit très difficile de former en l'instant cette langue ou caractéristique; mais très avec de l'apprentissage dans certains Dictionnaires." page 176.

NOTATIONS

176. 176. J'ai pu le faire en symboles généraux, c'est-à-dire les signes de l'Alphabète, etc. l'instant; mais de n'y ayant point donné plus d'attention que je le faisais avec un autre

LOGIQUE MATHÉMATIQUE

Introduction.

§ 1. LEIBNIZ a énoncé, il y a deux siècles, le projet de créer une écriture universelle, dans laquelle toutes les idées composées fussent exprimées au moyen de signes conventionnels des idées simples, selon des règles fixes. Il dit: "En si recte constituta fuerint et ingeniose, scriptura haec universalis aeque erit facilis quam communis, et quae possit sine omni lexico legi, simulque imbibere omnium rerum fundamentalis cognitio (*)." *Plus un genre d'écriture*

A la solution de ce problème a contribué d'abord le développement de l'écriture algébrique, qui s'est beaucoup perfectionnée après Leibniz. Au moyen des signes $+$, $-$, $=$, $>$, etc., des parenthèses, et des lettres de l'alphabet, elle permet d'écrire en symboles quelques propositions. Mais ce qui a le plus contribué à la solution du problème, c'est la nouvelle et importante science qu'on appelle Logique mathématique, et qui étudie les propriétés formelles des opérations et des relations de logique. Cette science a été cultivée dans notre siècle par BOOLE, CATLEY, CLIFFORD, DE MORGAN, ELLES, FREGE, GRASSMANN, GÜNTHER, HALSTED, JEVONS, LIARD, MACFARLANE, MC COLL, NAGY, PEIRCE, POINTEKY, VENN, et par beaucoup d'autres, dont on trouvera le nom dans le livre de M. SCHÜDGEN, *Algebra der Logik*, ouvrage qui contient tout ce qu'on a publié sur cette branche des Mathématiques.

Par la combinaison des signes d'Algèbre et de Logique, on peut exprimer en symboles des propositions toujours plus longues et plus complètes, et le résultat auquel on est arrivé dans ces dernières

(*) *Dissertatio de arte combinatoria*, Lipsiae, 1666, n. 90.

La logique mathématique avant Leibniz. par M. J. de Loria -
Bulletin des sciences mathématiques, 1894, p. 107

V. Forme de mutation selon le programme

[illegible]

et que l'on se souvienne de la proposition de S.

§ 1. $J_1 \leq \alpha$.

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k x^2 \right)$

[illegible]
$$a \otimes b, b = c, d, a \otimes c$$

а 3 аа. аа 2 а. 2. а 2 а нити 4 № 2 и концы № 2, 5 и 1

[Idem]

$$N_1 + N_1 \times N_p$$

$$330. N_p = (1 + N_1) \cdot [(1 + N_1) \times (1 + N_1)]$$

Df

| * = * nombre premier * | *Peinture des 2^e Indiv.*

$$1. 2, 3, 5, 7, 11, \dots \in N_p$$

| Cfr. BURCKHARDT, *Table des diviseurs pour tous les nombres du premier, deuxième, troisième million.* Paris 1814-1817 — GLAISHER, *Tables des diviseurs pour tous les nombres du 4^{me}, 5^{me}, 6^{me}, million.* London 1879-83 — DASE, *Table des diviseurs pour tous les nombres du 7^{me}, 8^{me}, 9^{me} million.* Hamburg 1862-1865 — DASE et ROSENBERG, *Id. du 10^{me} million.* Archiv der Akademie, (non publiée) Berlin.

$$3. a \in 1 + N_1 \supset \exists N_p \cdot a \equiv x (a \in N_1 \times x)$$

| EUCLIDES, VII, P31:

**Ἀπὸς αὐθιγῶτος ἀριθμοῦ ἐπὶ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.* |

$$4. a \in N_p, b \in N_1, c \in N_1 \times a \supset b \in N_1 \times a \vee c \in N_1 \times a$$

| EUCLIDES, VII, P30:

**Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιασάμενοι ἀλλήλους ποιῶσι τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρεῖ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἓνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρησῶν |*

$$5. 2 N_1 \supset N_p + N_p \quad | \text{ GOLDBACH, a. 1690 - 1764. Dem? }$$

$$+ N_1 - x \uparrow \dots > \text{num} / \infty ! \text{ Dvr } N_p$$

$$6-1. N_p \cdot (N_1 + 3) \supset (6N_1 + 1) \sqrt{6N_1 - 1}$$

| LEIBNIZ, a. 1678; opera III, p. 138 |

$$7-2. a \in N_1 + 2 \supset \exists N_p \cdot (a + N_1) \cdot (2a - N_1 - 2)$$

| BERTRAND J., *Journ. de l'E. P.*, XXX Cahier, a. 1838; Dem. TCHEBYCHEF P., *Mém. sur les nombres premiers*, a. 1850; *Journ. de Liouv.*, T. XVII, a. 1852, pag. 341 |

$$7-1. a \in N_p, b \in N_1 \times a \supset b \in N_1 \times a \quad | \text{ EUCLIDES, IX, P12} |$$

$$7-2. \dots a \in N_1 \times b \supset b \in a N_1 \quad | \dots \dots \dots \text{ P13} |$$

$$a \in N_p, b \in (1 + N_1) \cdot (N_1 \times a) \supset$$

$$30. b^{-1} - 1 \in N_1 \times a$$

$$31. \min [N_1 \cdot a \cdot (b^{-1} - 1 \in a \times N_1)] \in N_1 \cdot (a - 1) / N_1$$

$$32. N_1 \cdot a \cdot (b^{-1} - 1 \in a \times N_1) = N_1 \times \min [N_1 \cdot a \cdot (b^{-1} - 1 \in a \times N_1)]$$

| FERMAT à Frenicle, a. 1640; *Œuvres*, t. 2, p. 209:

Tout nombre premier mesure infailliblement une des puissances -1 de quelque progression que ce soit, et l'exposant de la dite puissance est sous-multiple du nombre premier donné -1; et après qu'on a trouvé la

338. *G. Cantor. Vérification jusqu'à 1000 de l'hypothèse empirique de Goldbach - Association franç. Caen, a. 1874 p. 117-134.*

$$\cdot 2 \quad bFa \supset bfa$$

$$[P1-1, §1-01 \supset P]$$

$$\cdot 3 \quad ux bfa \supset (uxa) = x [bFa \wedge ux(afx) \supset ux = ax] \quad \text{Df}$$

(uxa) n'est pas un couple, mais une fonction de (uxa); et il serait convenable de l'indiquer avec une notation nouvelle, par ex. (uxa). C. Burali-Porti (P-13).

$$\cdot 4 \quad ux bfa \supset (uxa) = x [a \wedge ax [x = (ux)x]] \quad \text{Dfp}$$

$$= (ux)x [x = a]$$

\cdot 2. Toute F est f. Nous parlerons donc des Fonctions sin, exp, etc.

Si l'on donne une opération f, la classe dans laquelle l'opération est définie n'est pas déterminée; car si l'opération est définie dans la classe u, elle est aussi définie dans toute classe contenue dans u, par la §1 P-2, et il y a toujours la possibilité de la définir dans toute classe différente.

P. ex. l'opération « mod » dans § mod P-0 est définie sur les nombres relatifs; en conséquence elle est définie sur les nombres positifs, et dans ce cas coïncide avec l'identité; ensuite la même opération est définie sur les nombres complexes d'ordre quelconque, sur les substitutions, sur les vecteurs, et on est toujours en droit de l'employer dans des nouveaux cas, présentant quelque analogie, et jamais de contradiction, avec les anciens.

En conséquence on ne peut pas parler de l'égalité absolue de deux fonctions f, ni de nombre de ces fonctions, mais seulement de l'égalité relative à une classe déterminée.

Le signe F a été introduit, dans ce but, dans P1829, en passant par le signe f. *équivalente à f.V.*

Nous en donnons ici, P1-0 une Df indépendante de f. *fin*

La même question a été traitée par C. Burali-Porti, RdM, t.6 p.142.

La théorie des relations se trouve aussi dans

Schröder, *Algebra der Logik*, t.3 a.1893.

Russell, RdM. t.7 p.115.

Burali propose: convenons de l'0-01.
 1699 p. 13 Funt = ~~ux~~ (cls fids?) = ux $\exists (a,b) [a,b \text{ cls. } u \in bFa]$

$$\cdot 4 \quad ux \text{ Funt} \supset \text{Variab } u = \exists \text{ cls } \wedge ux [\exists \text{ cls } \wedge b (uxbFa)]$$

$$\cdot 5 \quad \text{---} \supset \text{cls.} \quad \text{Supprimez pag. 797 P2-01}$$

$$\cdot 6 \quad ux \text{ Funt. } \wedge \text{Variab } u. \exists. ux = 2^{\text{e}} \text{ nombre nat. } 1, \text{ l'autre nombre pair}$$

$$\cdot 7 \quad ux \wedge v \text{ Funt. } \exists: u = v. \equiv: \text{Variab } u = \text{Variab } v: \wedge \text{Variab } u. 2. ux = vx$$

! c'è va bene.

infat. Burali sopra p. 110

La stessa questione, qui, è, per l'effettività

forse con qualche esempio molto più facile, come per esempio

quasi Burali + Russell t. 2 ma è un 1914

法算論理

I. LOGICA-MATHEMATICA.

§1 = 1.

Signo = vale « equum », « es equale ad ».

a, b, \dots, x, y, z indica objecto arbitrario, sono pronomi.

Nos pote scribere primo propositionem symbolice:

1. $x = x$.

Legit: « x aequum x ». Numero 1 es numerus de propositione.

Signo \supset vale « tunc », « sequit » etc.

Puncto « : » etc. et parenthesi « () » etc. divide formula in partes.

2. $x = y \supset y = x$

« si $x = y$, tunc $y = x$ ».

Duo puncto divide propositionem in tres partes: prima parte $x = y$ es hypothesis, abbreviata in Hp; secunda es signum de deductione; tertia parte $y = x$ es « thesis », abbreviata in Th.

Signo \wedge vale « et ». Nos semper tace illo.

3. $x = y \wedge y = z \supset x = z$

« si $x = y$, et si $y = z$, tunc $x = z$ ».

Tres puncto divide propositionem in quatuor partes: inter duo prima parte, que fuerit hypothesis, signo \wedge es tunc.

Nos conveni, in P.E. legi: propositionem indicari per numerum 3i, que $p \supset q$ vale $(p \supset q)$, et $p \supset q$ vale $p \supset q$.

Signo de aequalitate habet formam x , deformationem de initiale de « equale » de Vieta ad Leibniz. Formam $=$, de Recorde, a. 1557, adoptavit per Newton, et hodie communem in Mathematica.

Claquet, Leibniz, Newton, indicat decompositionem de formula in partes per lineam horizontalem superiorem aut inferiorem, dictam « cinesis ». Hanc hodie in pluribus tractatibus pro indicis fractionibus et radicalibus. Usus de parenthesi, cum valore actuali, est introductus verso anno 1700 (Bernoulli, Euler).

Una de primis, indicata per Leibniz, est commoda inter propositiones

« si $x = y$,
et $y = z$,
tunc $x = z$ ».

二者, 平也。

天子甲
典丑乙
人

代字

者
則即逆就
也也也也

quest'uso delle lettere variabili - e nei casi contrari - ego uide ab omni
all'equa conficiam.

Formulario 1908, Esemplare di G. Vacca con marginalia

Logica - Matematica, post 1908:
 A. Whitehead and B. Russell, Principia Mathematica,
 Lodge, Vol. 1, 1910 pag. 666; Vol 2, 1912 pag. 772;
 Vol. 3, 1913 pag. 491.
 Cantara, sul calcolo di funzioni ricorsive, Rivista A. 4 n. 21. XI, 1913.
 Peano, la logica de' predicati dans la dernière phase
 développement, Revue de Métaphys. et de Morale, 1912
 H. Moore, Introduction to a form of general analysis, 1910.
 Granger, serie di equazioni differenziali lineari d'equazioni
 integro differenziali, Torino A. 13 mayo 1910.
 Burali-Forti. Nuove applicazioni degli operatori,
 Torino A., 7 mayo 1918.
 ———. Successi reali definiti come operatori per le grandezze
 Lineari Acc. 7 mayo 1918
 Maccheroni E., de definizioni per operatori, Ann. Cal. 24. XI. 1912.
 Mago V., Teoria degli ordini, Mem. Acc. Torino 30. XI. 1913.
 ———. On the foundations of mathematics, Phil. Assoc. M.S., may 1903, pag. 402.
 Moore, Introduction to a form of general Analysis 1910
 ———. The New Haven Mathematical Colloquium.
 Note: These signs are taken from and are used in the sense of G. Peano's
 Formulario Mathematico, edita V, 1906.

Marginalia di G. Peano al Formulario, 1908

Giuseppe Peano
e l'Università di Torino
1876-1932

a cura di

Erika Luciano e Clara Silvia Roero

con la collaborazione di Paola Novaria

Archivio Storico dell'Università di Torino

REGIA UNIVERSITÀ
di Torino

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Signor Scano Giuseppe

Ente di Laurea in Matematica

Materie: Matematica Superiore, Geometria Elementare, Geometria Superiore, Meccanica, Fisica, Astronomia

Addì 16 del mese di Luglio dell'anno 1880 a ore 8.30 si presentò avanti il sottosegretario
il Sig. Scano Giuseppe figlio di Bartolomeo nato in Spinetta provincia
di Albania per sostenere l'esame nella materia infreddegnata, al quale venne nominato
sindaco minute dei seguenti voti dei seguenti espositori.

Il candidato fu ammesso per lo spazio di ogni filo infreddegnata 2 in ogni filo ogni ogni

Terminato l'esame, si è proceduto alla votazione prima per l'approvazione in ciascuna materia, poi per
la determinazione del suo valore nella materia in cui il candidato è stato approvato; le quali votazioni ha
dato i risultati seguenti:

ESAMINATORI	Matematica Superiore	Geometria Elementare	Geometria Superiore	Meccanica	Fisica	Astronomia	Valore assegnato in voti
Scano	4	3	4	4	4		20
Scano	4	3	4	4	4		20
Scano	4	3	4	4	4		20
Scano	4	3	4	4	4		20
Scano	4	3	4	4	4		20
Scano	4	3	4	4	4		20
Scano	4	3	4	4	4		20

Quindi il Candidato è stato approvato nella materia Matematica
e per la determinazione del valore dell'esame ottenuto 20 in ogni filo ogni ogni ogni

Del che si è dato il presente processo verbale.

Il Presidente Scano

Espositori:
Scano
Scano
Scano
Scano

Il sottoscritto Sig. Scano Giuseppe nell'anno di Scano avendo ottenuto per
la determinazione del valore di voti:

Nella materia comprese nella prima sezione (V. sezione 1) 20 in ogni filo ogni ogni ogni

Nella materia comprese nella seconda sezione (V. sezione 2) 20 in ogni filo ogni ogni ogni

Nella materia comprese nella terza sezione (V. sezione 3) 20 in ogni filo ogni ogni ogni

ottenere la media di voti 20 e quindi conseguito la laurea in Matematica

IL PRESIDE
Scano

Verbale dell'esame di laurea, 16.7.880

ASUT IX A 114, p. 344, *Registro della carriera scolastica, Peano Giuseppe*, figlio di Bartolomeo, nato a Spinetta (CN) il 27 agosto 1858, matricolato il giorno 13 novembre 1876 al N. 35 del Registro di Matricola. Fece gli studi nel Liceo Ferraris, con licenza e al Cavour di Torino. Allievo del R. Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle Provincie, laurea in Matematiche pure.

ASUT X D 191, *Facoltà di Scienze MFN, Verbalì degli Esami di laurea 1880-1882*, 16 luglio 1880, Presidente: Enrico D'Ovidio, Esaminatori: Giuseppe B. Erba, Giuseppe Basso, Eligio Martini, Giuseppe Lantelme, Francesco Siacci. Laurea in Matematica con punti 18/18.



Giuseppe Peano, 1880

ASUT X D 191, *Facoltà di Scienze MFN, Verballi degli Esami di laurea 1880-1882*, 16 luglio 1880, Presidente: Enrico D'Ovidio, Esaminatori: Giuseppe B. Erba, Giuseppe Basso, Eligio Martini, Giuseppe Lantelme, Francesco Siacci. Laurea in Matematica con punti 18/18. L'argomento della Memoria presentata è: "Sul connesso di secondo ordine e di seconda classe".

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B 73 bis, fasc. 1, 3, *Disposizioni relative al personale insegnante*, Preside, Prof.ⁱ ordinari, straordinari, incaricati e supplenti.

Ministero della Pubblica Istruzione, Divisione universitaria, Roma 27 ottobre 1880, N. 13, Prot. N. 316, Oggetto: Assistenti provvisori presso alcune Scuole, al Rettore della R. Università di Torino.

"Il D.r Giuseppe Peano è nominato assistente provvisorio presso la Scuola di Algebra complementare e Geometria analitica nell'a.a. 1880-81."

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B 74, *Disposizioni relative al personale insegnante*, Preside, Prof.ⁱ ordinari, straordinari, incaricati e supplenti, Prot. N. 1589, Torino 17 maggio 1881. *Lettera di Eligio Martini ai Proff. Genocchi e D'Ovidio*.

"In seguito ai discontinui rumori ed alle ragazzate che mi toccò sentire o vedere nelle ultime 4 o 5 conferenze, io credetti opportuno di fare agli allievi del 2° anno verso il fine della conferenza di Venerdì 13 corr. una severa ammonizione; la quale fu poco ben accolta, giacché essendo uscito (era entrato il bidello) subito dopo udii rumori sconvenienti che divennero offensivi quando ero già fuori della sala. Dopo averli rimproverati per loro indecente contegno io li avvisai che in caso di recidiva io li avrei abbandonati per sempre; ed avrei rifiutato l'incarico di dare gli esami di calcolo, ed inoltre li avvertii che non si credessero di poter aggiustare la cosa con qualche scusa, perché io dopo averli abbandonati sarei stato inesorabile. Il modo poco rispettoso con cui accolsero i miei rimproveri è già una recidiva. Per conseguenza io rinunzio per la rimanente parte dell'anno scolastico all'incarico di fare le conferenze di Calcolo Integrato e di dare gli esami di Calcolo differenziale ed integrato. Ho fatto uno sforzo erculeo di tolleranza nelle ultime conferenze per poter terminare le applicazioni geometriche del Calc. Differenziale, ma visto che anche incominciando quelle del Calc. Int. l'indisciplina continuava, ho deciso di non compromettere ulteriormente il decoro mio e della scuola. Non cerchino alcun

mezzo termine per farmi ritornare, perché non posso più soffrire la presenza di quei male-educati Krumiri.

Debbo però dichiarare ad onore del vero, per evitare ogni esagerazione, che non vi fu alcuna grave mancanza di rispetto, il contegno degli allievi è divenuto insopportabile per un'infinità di fanciullaggini e rumori irriverenti. Cosicché sarebbe inutile di procedere ad un'inchiesta, pochi eccettuati, sono tutti gli altri più o meno colpevoli. In quanto al modo di supplirmi osserverò che avendo già fatti fin dal mese di febbraio parecchi esercizi sulla quadratura e rettificazione delle curve piane la parte essenziale delle applicazioni geom. di calcolo Integrale si riduce alla cubatura dei solidi limitati da superficie qualunque e alla quadratura di esse, e che l'esposizione della teoria e delle regole relative si può fare in 2 o 3 lezioni. Cosicché se il Prof. titolare ha tempo d'avanzo può incaricarsene, altrimenti sarà il caso di affidare questa parte da svilupparsi sufficientemente col corredo di scelti esempi a qualche altro Insegnante, facendola seguire dalle applicazioni geometriche delle equazioni differenziali. All'occorrenza trasmetterò alla Segreteria od al Prof. Titolare il registro delle lezioni da me fatte nell'anno passato. Non occorre poi di dire che io mi sottometto di buon grado ad una diminuzione di retribuzione, che serva di compenso all'opera del mio futuro supplente.

In quanto agli esami non sarà difficile di trovare fra gli altri Insegnanti un esaminatore che interroghi sulle applicazioni geometriche del Calcolo, se ne sarò richiesto trasmetto alla Commissione il Registro di lezioni di quest'anno. Per gli esami di Algebra e Geometria analitica io non ho difficoltà a darli, purché siano assegnati in giorni e sedute distinte. Ma sarà forse meglio per secondare le ministeriali disposizioni incaricare anche per questi esami una persona non Assistente. Martini Eligio

P.S. Per l'anno venturo credo che sarà conveniente di separare l'incarico delle Conferenze e supplenze (che si potrebbe affidare p. es. al D.re Peano colla retribuzione di L. 800) dall'insegnamento delle applicazioni geometriche, di cui resterei incaricato io colla retribuzione di L. 1000. La mia rinuncia a dare gli esami di calcolo si limita a quelli della Sezione prossima giugno-luglio, per la sezione autunnale io sarò a disposizione della Facoltà."

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B 74, *Disposizioni relative al personale insegnante, Preside, Prof.' ordinari, straordinari, incaricati e supplenti*, Prot. N. 1895, Torino 16 giugno 1881, Telegramma del Rettore al Ministro dell'Istruzione, Roma. Oggetto: Peano membro estraneo p. Calcolo, Algebra, etc.

"Dottore Martini insistendo risoluzione non far parte Commissione esami Calcolo, nominai supplente urgenza Dottore Peano. Rettore D'Ovidio."

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B, 77bis, *Disposizioni relative al personale insegnante, Preside, Professori ordinari, straordinari, incaricati e supplenti, 1881-1882*, Prot. N. 1919, Torino 21 maggio 1882. Lettera del Rettore D'Ovidio al Sig. Comm. A. Genocchi, prof. di Calcolo infinitesimale. Oggetto: remunerazione al Dott. G. Peano; proposta.

"Questo Rettorato dovrà quanto prima addivenire alla compilazione dell'elenco delle

proposte per le retribuzioni ai supplenti ed agli incaricati e non retribuiti mensilmente, quale elenco debbesi rassegnare al Ministero dell'Istruzione pubblica per gli opportuni provvedimenti. Prego quindi la S. V. Ill.ma a voler favorire d'indicare quale somma si abbia a proporre in quest'anno a favore del Dott. Giuseppe Peano per l'opera sua di Assistente per gli Esercizi alla Cattedra di Calcolo infinitesimale, e quale per l'opera di coadiutore alla S. V. nell'insegnamento medesimo. Credo poi bene di farle presente che nello scorso anno e per tali uffici venne dal Ministero, in seguito a proposta della S. V. accordato al Dott. Cav. Eligio Martini che ebbe detti due incarichi la somma complessiva di L. 1800, cioè 1000 per l'aiuto e 800 per l'assistenza."

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B, 77bis, *Disposizioni relative al personale insegnante, Preside, Professori ordinari, straordinari, incaricati e supplenti, 1881-1882*, Prot. N. 1947, Torino 25 maggio 1882, *Lettera di Angelo Genocchi al Magnifico Rettore E. D'Ovidio*.

"Illustrissimo Signor Rettore, sarei di parere che al Dott.re Giuseppe Peano si potesse far corrispondere la medesima retribuzione che fu negli scorsi anni assegnata al D.re Cav. Eligio Martini pel doppio incarico di Assistente alla Cattedra di Calcolo Infinitesimale incaricato degli esercizi e di Coadjutore nell'insegnamento del Calcolo. Pregherei quindi la S. V. Ill.ma di proporre a favore del detto D.r Peano la somma complessiva di Lire 1800, cioè Lire 1000 per l'aiuto e 800 per l'assistenza. Mi pregio dichiararmi con speciale ossequio dell'Ill.ma S. V. Dev.mo Obbl.mo Suo Angelo Genocchi."

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B, 83, *Disposizioni relative al personale insegnante, Preside, Professori ordinari, straordinari, incaricati e supplenti*, Torino 14 giugno 1884. *Lettera del Rettore E. D'Ovidio all'Ill.mo Signor Cav. Prof. Genocchi*. Oggetto: Se sia il caso di proporre pel Dott. Peano un maggiore compenso.

"Sebbene il Decreto 19 ottobre 1883, col quale il Dott. Giuseppe Peano fu nominato Assistente alla Cattedra di Calcolo infinitesimale per un anno dal 1° novembre successivo con lo stipendio di L. 1800, imponga allo stesso l'obbligo di dare esercizi e di coadiuvare il professore nell'insegnamento presso la Scuola di Calcolo, tuttavia, avuto riguardo al tempo assai lungo in cui al principio del volgente anno scolastico il Dott. Peano ebbe a supplire la S. V. Ill.ma che era ancora nell'impossibilità di fare la Scuola, io mi permetto di pregarla a volermi dire se sia ancora il caso di proporre al Ministero a favore del predetto un qualche eccezionale compenso, e in caso affermativo in quale cifra Ella crederebbe si possa fare tale proposta. Dovendo rassegnare prossimamente al Ministero l'elenco delle proposte per supplenze e incarichi del cadente anno scolastico, io sarò grato a V. S. se mi favorirà al riguardo un sollecito suo riscontro. Il Rettore E. D'Ovidio."

ASUT, VII, 79, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, Verbale n. 3, 17 marzo 1884. Sono presenti il Preside Prof. G. Bruno e i Professori D. Levi, G. Spezia, A. Dorna, G. B. Erba, A. Naccari, M. Fileti, M. Lessona, C. Ceppi, N. Jadanza. Estratto.

"Si presentano alla Facoltà le seguenti domande:

1° Il Dottor Peano Giuseppe domanda la Libera docenza in Calcolo infinitesimale per

titoli. A tale scopo presenta 6 Memorie stampate. La Facoltà nomina ad unanimità una Commissione composta dei Professori Genocchi, Siacci e D'Ovidio per riferire intorno alla domanda del Sig.r Peano.”

ASUT, VII, 79, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, Verbale n. 4, 19 aprile 1884. Sono presenti il preside Prof. G. Bruno ed i Professori F. Siacci, E. D'Ovidio, D. Levi, A. Dorna, G. B. Erba, M. Baretti, A. Naccari, F. Faà di Bruno, M. Fileti, G. Basso, N. Jadanza. Estratto.

“L'ordine del giorno reca: 1° Lettura della relazione della Commissione composta dai Professori Genocchi, Siacci e D'Ovidio per la libera docenza in Calcolo infinitesimale del Sig.r Dottore Peano. La relazione letta dal Prof. D'Ovidio mette in evidenza il merito delle pubblicazioni del dottor Peano e conchiude col dire che il medesimo è degno di ottenere la libera docenza in Calcolo Infinitesimale. La Facoltà accoglie ad unanimità le conclusioni della Commissione.”



Università di Torino, atrio

1
Prof. Beano
cop. Beano
5
116
PROTETTORE GENERALE
REGIA UNIVERSITÀ DI TORINO
L. 2-11-1894
All' Ill. ^{mo} sig. Rettore della
R. Università di Torino,
Il sottoscritto desidera di fare, nell'anno accademico
1894-95, un corso libero con effetti legali sulla
Geometria superiore
col seguente programma:
Ausdehnungslehre di Grassmann
Quaternioni di Hamilton
Applicazioni.
L'orario (due ore settimanali) sarebbe:
Lunedì e Venerdì ore 9 $\frac{3}{4}$.
La sala disponibile in tal ora è la XVI.
Ho l'onore di profervarmi Suo Devotissimo
G. Beano
prof. di Calcolo infinitesimale
nella R. Università di Torino

Programma del corso libero di Geometria superiore, 1894

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B, 93, *Preside. Personale Insegnante della Fac.*^a *Disposizioni relative*, Prot. N. 1076, 1 febbraio 1886, *Lettera del Rettore Bizzozzero a S. E. il Ministro dell'Istruzione pubblica, Roma*. Oggetto: Supplenza al Prof. A. Genocchi.

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B, 93, *Preside. Personale Insegnante della Fac.*^a *Disposizioni relative*, Prot. N. 1245, 18 febbraio 1886, *Lettera del Rettore Bizzozzero all'Ill.mo Signor Dott. Gius. Peano, aiuto alla Cattedra di Calcolo infinitesimale*. Oggetto: Supplenza al Prof. A. Genocchi.

Relazione della Commissione incaricata di giudicare sul concorso alla cattedra di professore straordinario di calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Bollettino Ufficiale dell'Istruzione, XVIII, N. 16, 16.4.1891 (Estratto p. 428).

La Commissione è composta da Francesco Brioschi (Presidente), Eugenio Beltrami, Salvatore Pincherle, Alberto Tonelli, Vito Volterra (segretario); i candidati sono G. Peano, E. Pascal, G. Torelli, C. Somigliana, G. Vivanti e G. Giuliani. Risultano vincitori *ex aequo* G. Peano ed E. Pascal con un punteggio di 48/50. Roma 5 ottobre 1890.

“Il Peano fra tutti i candidati è quello che presenta lavori che hanno maggiore attinenza colle materie che si svolgono nei moderni corsi di calcolo. In nessuna delle sue ricerche però egli affronta questioni nuove o di grande mole: esse hanno principalmente lo scopo di ridurre al minimo possibile le restrizioni nei teoremi fondamentali e di semplificare e rendere elementari le dimostrazioni. Esse sono pregevoli per il rigore, l'eleganza e talvolta l'originalità dei metodi e la somma chiarezza della esposizione.

Sono specialmente interessanti le memorie sulla integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari, sulle funzioni interpolari, sulla integrabilità delle funzioni e delle equazioni differenziali del primo ordine.

Il trattato delle applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale è inferiore a molte opere sullo stesso argomento uscite prima e contemporaneamente al lavoro del Peano, avendo l'autore tralasciato molti dei più importanti capitoli della geometria differenziale, forse perché troppo preoccupato del metodo che ha voluto usare (il calcolo dei segmenti) metodo che non sarebbe opportuno introdurre nell'insegnamento in sostituzione di quelli classici.

La tendenza mostrata dal Peano in questo ed in altri lavori successivi, ove introduce i

simboli della logica deduttiva, non sembra dover giovare né al progresso della scienza, né alla chiarezza dell'insegnamento. Tuttavia l'aver pubblicato delle pregevoli memorie sui fondamenti del Calcolo, lo aver redatto con molta cura ed amore le lezioni del professor Genocchi, corredandole di note storiche e critiche interessanti, e l'aver per molti anni impartito con lode l'insegnamento dell'analisi infinitesimale, danno sicura prova che il Peano ha piena conoscenza delle questioni attinenti ai fondamenti del Calcolo e possiede le qualità e le attitudini necessarie per essere un ottimo insegnante di questa scienza."

ASUT, VII, 80, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, Verbale n. 18, 8 giugno 1891. Presenti: Preside Prof. G. Bruno e i Professori G. Basso, G. Spezia, M. Lessona, G. B. Erba, A. Naccari, N. Jadanza. *Estratto*.

"È all'ordine del giorno la conferma dei Professori Straordinari Ceppi nel Disegno, Segre nella Geometria Superiore, Camerano nell'Anatomia Comparata, Parona nella Geologia, Peano nel Calcolo infinitesimale."

ASUT, VII, 80, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, Verbale n. 33, 17 giugno 1895. Presenti: Preside Prof. E. D'Ovidio, i Prof. A. Naccari, G. Basso, G. Gibelli, G. Spezia, M. Fileti, N. Jadanza, V. Volterra, L. Camerano e C. Segre. *Estratto*.

"Si procede alla votazione per schede segrete intorno alla conferma degli attuali Prof. straordinari Parona, Peano e Berzolari. Risulta proposta all'unanimità la loro conferma pel prossimo anno scolastico 1895-96. Però, riguardo al Prof. Peano, si ricorda che è in corso ed ebbe l'appoggio della Facoltà la sua domanda di promozione ad ordinario. A questo proposito il Preside comunica una lettera ministeriale del 30 marzo 1895 in cui si avverte la Facoltà che il Ministro ha adottato il parere del Consiglio superiore, favorevole alla proposta della Facoltà, di dar corso alla domanda di promozione ad ordinario del Prof. Peano."

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XVI B 137, *Programmi di corsi liberi. Trasmissione al Ministero*. 1894, Prot. N. 216, Torino 2 novembre 1894, *Lettera di G. Peano all'Ill.mo Sig. Rettore della R. Università di Torino*. Oggetto: Programma di un corso libero di Geometria superiore.

"Il sottoscritto desidera di fare, nell'anno scolastico 1894-95, un corso libero con effetti legali sulla *Geometria superiore* col seguente programma:

Ausdehnungslehre di Grassmann;

Quaternioni di Hamilton;

Applicazioni.

L'orario (due ore settimanali) sarebbe: Lunedì e Venerdì ore 9,3/4. La sala disponibile in tal ora è la XVI. Ho l'onore di professarmi. Suo devotissimo G. Peano, prof. di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino."

Calcolo
infinitesimale

138

PROGRAMMA DI CALCOLO INFINITESIMALE

per l'anno 1902-03

1. Limiti superiori e inferiori d'un insieme di numeri reali (§§ 2). — Classe limite (§§ 1-9 § 3-9). — Classe derivata (§ 3-9). — Limite d'una estensione (§§ 1-9 § 1-1). — Serie. — Convergenza, o proprietà principali (§§ 21-0 22-1-2 23-1 24 25-1-5). — Serie armonica (§ 26-1). — Criterio di convergenza dedotto dal rapporto d'un termine al precedente (§§ 1-11-12-13-14). — Serie speciali (§ 28). — Criterio di convergenza dedotto dal valore assoluto del termine (§ 34-1). — Formula del binomio (§ 1).
2. Derivata. — Definizione (§§ 1-1). — Proprietà principali. — Derivata di una somma, d'un prodotto d'un quoziente, d'una potenza (§ 2, 3, 4). — Relazione fra il massimo e minimo d'una funzione e la derivata (§ 5-1). — Teoremi della media (§ 4-5-6). — Limiti minimi con derivate (§ 4-2). — Formula di Taylor (§ 10). — Espressione del resto data da Lagrange (§ 11-1).
3. Integrali. — Definizione (§§ 1). — Proprietà fondamentali (§ 2). — Integrale d'una somma, del prodotto d'una costante per una funzione (§ 3-4-11). — Teoremi della media (§ 3-6-6). — Integrabilità delle funzioni crescenti (§ 4-1-4). — Integrali d'una potenza (§ 5-1-2). — Integrali di binomi e Eulero (§ 6-5). — Integrali con limiti infiniti (§ 10-1-2 11-1). — Regola di convergenza delle serie dedotta dall'integrale (§ 13-0). — Integrabilità d'una funzione continua (§ 14-1). — Relazioni fra derivata e integrale (§ 20-1-2-3). — Resto nella formula di Taylor, sotto forma d'integrale (§ 21-1). — Formule di quadratura (§§ 1-2-3-4-5).
4. Base dei logaritmi naturali (§ 1). — Sviluppo in serie di e^x (§ 1-2-3). — Derivata di e^x (§ 1-4). — Integrali ed equazioni differenziali in cui figura e^x (§ 1-21 10-1-2). — Logaritmi naturali (§§ 1). — Logaritmo come limite d'una espressione algebrica (§ 1). — Sviluppo in serie di $\log(1+x)$. Serie per il calcolo dei logaritmi (§ 1-2-3-4). — Derivate e integrali in cui figurano logaritmi (§ 1-11-2 § 1).
5. Numeri complessi. — Definizione (§§ 1-1). — Funzione e^z per z immaginario (§§ 14-15). — Definizione analitica delle funzioni circolari, mediante esponenziali (§§ 1-2). — Sviluppo in serie di seno e coseno, tangente. Calcolo di π (§§ 1-2 23-1 24-1). — Derivate delle funzioni circolari (§§ 1-4-5-6). — Integrali in cui figurano π , o funzioni circolari (§§ 1-41-9-15-6 45-1).
6. Vettori. — Somma e prodotto (§§ 1-21). — Tangente ad una curva, piano osculatore, curvatura (§§ 1-5-6-7). — Area e Volume (§§ 1-5-6-7).

Stampato coi tipi della « Biblioteca di Matematica »
della Tipografia Galassini - Via S. Pietro, 30 - Torino.

G. Beano

8
 Corso
 Logica matematica

Programma di Logica matematica
 anno 1906-07
 presso R. Università di Torino
 (di via Cavour)

Se si desidera a partire in astratto, logicismo, empirismo.
 Lillipiani, secondo Aristotele.

Logica matematica e metafisica. Logica matematica e sua storia. Logica
 secondo Dedekind. Logica matematica secondo Cantor. Algebra della
 logica, secondo Boole e Schröder.

Caratteri della definizione astrattistica. Sua portata e sua portata.

Caratteri della concezione astrattistica. Logica matematica e Teoria:

Analisi dei principi di astrattismo, secondo Dedekind. ~~Algebra~~ Russell.

Analisi dei principi di Generalismo, secondo Peano e Hilbert.

Teoria dei gruppi e punti, numeri cardinali e numeri ordinali transfiniti
 secondo Cantor. Induzione da ω a ω_1 , secondo ~~Cantor~~ Russell.

Altra ~~Logica~~ Teoria di Boole, Heyting, Peano, Skolem, Brouwer, Frege, Russell
 presentate.

Torino 28 mag. 1906.

Prof. G. Peano

Programma del corso libero di Logica matematica, 1906-07

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B 198, *Programmi dei corsi*.

Giuseppe Peano, *Programma di Calcolo infinitesimale per l'anno 1902-03, 1903-04*. Testo stampato coi tipi della "Rivista di Matematica".

1. Limite superiore e inferiore d'un insieme di numeri reali (§q2). Classe limite (§λ 1-0, §Λ ·0). Classe derivata (§δ·0). Limite d'una successione (§lim 1-0·01·1). Serie. Convergenza e proprietà principali (§lim 21-0, 22-1-3, 23-1, 24, 25-1-5). Serie armonica (26-1). Criterio di convergenza dedotto dal rapporto d'un termine al precedente (27-1-11-12-13-14). Serie speciali (28). Criterio di convergenza dedotto dal valore assoluto dei termini (34-1). Formula del binomio (41).
2. Derivata. Definizione (§D 1). Proprietà principali. Derivata di una somma, d'un prodotto, d'un quoziente, d'una potenza (2, 3, 4). Relazione fra il massimo e minimo d'una funzione e la derivata (5-1). Teoremi della media (5-4-5-6). Limiti ottenuti con derivate (6-1-2). Formula di Taylor (10). Espressione del resto data da Lagrange (11-1).
3. Integrali. Definizioni (§S 1). Proprietà fondamentali (2). Integrale d'una somma, del prodotto d'una costante per una funzione (3-4 - ·42). Teoremi della media (3-6-61). Integrabilità delle funzioni crescenti (4-1-4). Integrale d'una potenza (5-1-2). Integrali di binomii e Euleriani (6-5). Integrali con limiti infiniti (10-1-2, 11-1). Regola di convergenza delle serie dedotta dall'integrale (13-0). Integrabilità d'una funzione continua (14-1). Relazioni fra derivata e integrale (20-1-2-3). Resto nella formula di Taylor, sotto forma d'integrale (21-1). Formule di quadratura (22-1-2-3-4-5).
4. Base dei logaritmi naturali (§e 1). Sviluppo in serie di e^x (4-1-2-3). Derivata di e^x (7-1). Integrali ed equazioni differenziali in cui figura e^x (8-1-21, 10-1-2). Logaritmi naturali (§log 1). Logaritmo come limite d'una espressione algebrica (3-1). Sviluppo in serie di $\log(1+x)$. Serie per il calcolo dei logaritmi (4-1-2-3-4). Derivate e integrali in cui figurano logaritmi (7-1-11-2, 8-1).
5. Numeri complessi. Definizioni (§Cx 1). Funzione e^x per x immaginario (§q' 14, 15). Definizione analitica delle funzioni circolari, mediante esponenziali (§ sin 1-2). Sviluppo in serie di $\sin x$, $\cos x$, $\tan^{-1} x$. Calcolo di π (21-1-2, 23-1, 24-1). Derivate delle funzioni circolari (21-1-4-5-6). Integrali in cui figurano π , o funzioni circolari (40-1, 41-0-1-5-6, 45-1).
6. Vettori. Somma e prodotto (§vect 1-21). Tangente ad una curva, piano osculatore, raggio di curvatura, arco (§rectaT 1-5 e Add.). Aree e Volumi (§Volum. e Add.).

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B 227, *Programmi di corsi liberi*.

Giuseppe Peano, *Programma di Logica Matematica, corso libero per l'anno 1906-07 presso la R. Università di Torino* (due ore settimanali), Torino 20 marzo 1906.

"Idee di Logica che si presentano in matematica. Eguaglianza, deduzione. Sillogismo, secondo Aristotele.

Proprietà commutativa e associativa della moltiplicazione e dell'addizione logica secondo Leibniz. Proprietà distributiva secondo Lambert. Algebra della Logica, secondo Boole e Schröder.

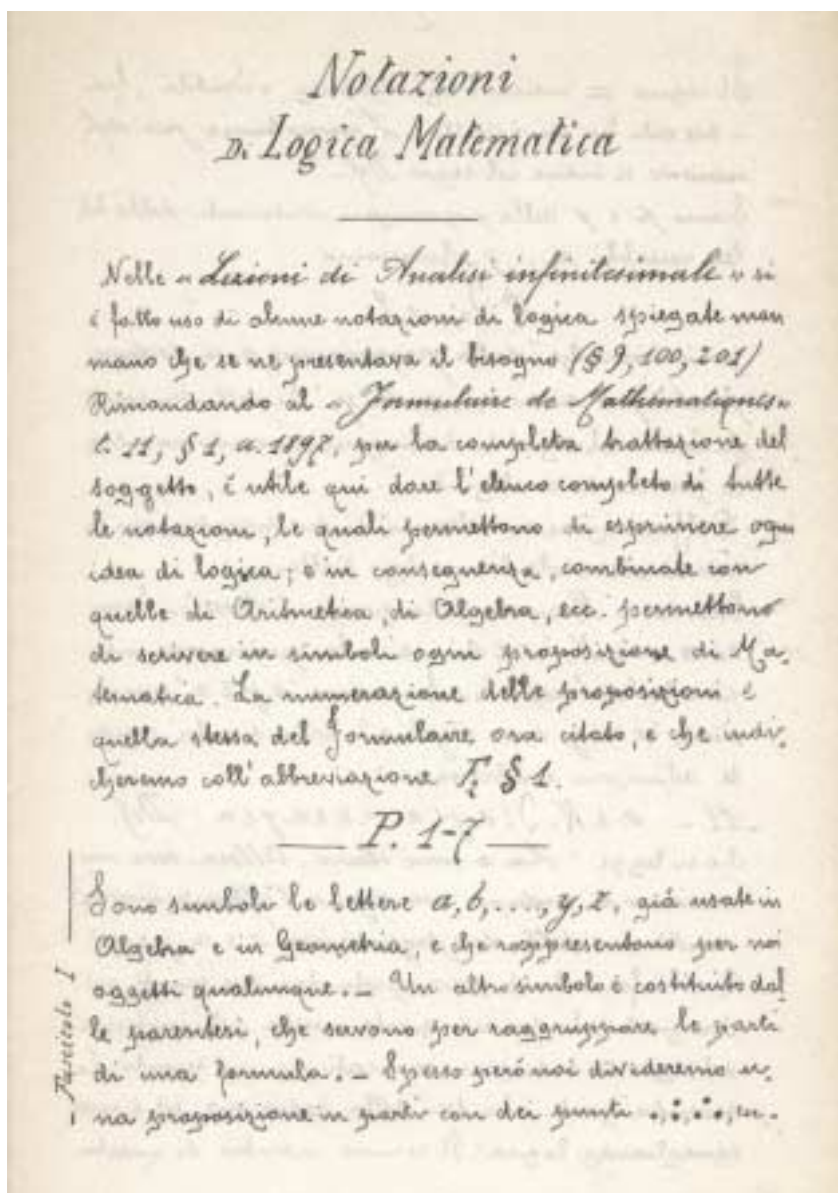
Caratteri delle definizioni matematiche. Idee primitive e idee derivate.

Caratteri delle dimostrazioni matematiche. Proposizioni primitive e Teoremi.

Analisi dei principii di Aritmetica, secondo Dedekind, e Russell.

Analisi dei principii di Geometria, secondo Pieri e Hilbert.

Teoria dei gruppi di punti, numeri cardinali e numeri ordinali transfiniti, secondo Cantor. Antinomie che vi si riscontrano, secondo Russell, ed altri. Tentativi di Borel, Hadamard, Poincaré, Lebesgue, Baire, Jourdain per risolverle. Torino 20 marzo 1906. Prof. G. Peano."



Appendici alle Lezioni di Analisi infinitesimale del prof. Peano, Torino, Lit. Tasca, 1898

ASUT, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, Verbale N. 267 del 17 Marzo 1910. Estratto: *Circa il Corso di Analisi superiore tenuto per incarico dal Prof. Peano*, pp. 123-126. Sono presenti: il Preside Prof. Corrado Segre e i Professori Enrico D'Ovidio, Andrea Naccari, Nicodemo Jadanza, Giuseppe Peano, Icilio Guareschi, Carlo F. Parona, Giorgio Spezia, Oreste Mattiolo, Carlo Somigliana, Tommaso Boggio, Gino Fano segretario.

“Il Prof. Segre, Preside, fa relativamente al corso di Analisi Superiore, attualmente tenuto per incarico dal Prof. Peano, le seguenti dichiarazioni: «Il Prof. Peano è universalmente apprezzato per l'acume critico con cui ha trattato le questioni relative ai fondamenti delle matematiche elementari e del Calcolo infinitesimale. Egli è pure universalmente conosciuto, anche fuori dal dominio delle matematiche, per il linguaggio simbolico, da lui ampiamente sviluppato, che vien chiamato logica matematica, e che ha certo contribuito molto a chiarire le idee su ciò che sono le basi della logica e della matematica. Con questo linguaggio egli, in unione a vari suoi discepoli ha redatto il noto *Formulario di Matematica*. Ora i due corsi di Analisi superiore svolti dal Prof. Peano in questi anni peccano, secondo il mio modo di vedere, per ragioni che si spiegano perfettamente con ciò che ho premesso. Essi hanno un carattere frammentario, saltuario, svolgono cioè nelle varie lezioni (tranne eccezioni non rilevanti) argomenti staccati, che sembrano scelti a caso, senza che mai, o quasi mai, sia approfondita qualcuna di quelle teorie che comunemente si designano col corso d'Analisi superiore. Si tratta invece qui ciascun argomento solo per quel tanto che la Logica Matematica, o il *Formulario*, quali furono svolti fino ad oggi, possono dare. Il *Formulario* è il principale testo per gli studenti di Analisi Superiore della nostra Facoltà. Ora ciò non corrisponde a ciò che, secondo me, deve essere un tale corso. Non così i giovani di valore possono essere indirizzati a fare ricerche elevate nell'Analisi superiore. Così non impareranno altro, se non l'indirizzo critico in cui il Prof. Peano è maestro, non l'indirizzo costruttivo, che è essenziale in questa materia.» Il Prof. Peano risponde che, da quando gli fu affidato l'insegnamento dell'Analisi Superiore, egli lo ha sempre impartito con diligenza, e nel modo che, a suo giudizio, è più opportuno. Dichiarò di aver trattato, a volte, anche di ricerche recentissime, promovendo da parte dei giovani lavori originali, taluni dei quali poté essere pubblicato o è in corso di pubblicazione. Ha avuto anche speciale riguardo a tutto ciò che ai giovani può riuscire utile per l'insegnamento che saranno chiamati ad impartire nelle scuole

Programma di Corso libero di Analisi ~~superiore~~ superiore
per l'anno 1910-11, presso la R. Università di Torino.

Studio storico e critico dell'Analisi infinitesimale e dei suoi comple-
menti.

Sarà interpolata al corso la trattazione di alcune questioni
recentissime di analisi superiore, a scegliersi a seconda delle
attitudini e gusti degli studenti.

Lezioni per l'anno: mathe., prim., e second., ore 15.

Torino 25 - magg. 1910.

G.^o Peano
prof. ordinario di Analisi infinitesimale.

Programma del corso libero di Analisi superiore, 1910-11

medie. Insiste soprattutto sulla sua convinzione che il rigore è primo, imprescindibile attributo di ogni ricerca matematica, e sono perciò da preferire quei metodi e quegli strumenti che meglio consentono di garantirsi contro la possibilità di venirvi meno.

Il Prof. D'Ovidio osserva che la preparazione dei giovani all'insegnamento nelle Scuole Medie è particolare ufficio delle Conferenze di Magistero, mentre nei corsi di Matematica superiore occorre spingere i giovani allo studio di teorie nuove e alla ricerca originale, munendoli del maggior numero di idee e di strumenti, dai quali possano trarre giovamento. In ogni teoria matematica il periodo inventivo, costruttivo, ha preceduto il periodo critico e di definitivo e rigoroso assetto. Non crede perciò confacente al buon indirizzo del corso di Analisi Superiore la considerazione prevalente del lato critico, la quale distoglie da ciò che dovrebbe essere principale obiettivo.

Il Prof. Somigliana è di avviso che nei corsi di Matematica Superiore si debbano avvicinare le teorie più importanti, trattandone ogni anno qualcuna, ma in modo organico e, per quanto possibile, completo. Non crede che a nessuno degli argomenti accennati dal Prof. Peano nei suoi corsi sia stato dato uno svolgimento rispondente a questo concetto: ben altro tempo sarebbe occorso per dare un appena congruo sviluppo alle teorie p. es. delle funzioni ellittiche e delle equazioni differenziali.

Il Prof. Fano, ricordando di essere stato anni addietro allievo del Prof. Peano nel corso di Calcolo infinitesimale, ha sempre presente e rammenta con grande soddisfazione l'insegnamento ch'egli allora impartiva, e nel quale il lato critico era contenuto in più modeste e giuste proporzioni. È vero, senza dubbio, che l'insegnamento, col passare del tempo, deve adattarsi alle nuove idee che si fanno strada nel campo scientifico, ma, con vivo profondo rammarico, egli deve pur soggiungere di non credere che i cambiamenti verificatisi nell'insegnamento del Prof. Peano rispondano proprio a una giusta interpretazione di nuove idee e dei progressi degli ultimi anni: tanto più ove si tengano presenti le particolari necessità del corso di Analisi Superiore, che deve avviare i giovani a ricerche originali, dando loro a disposizione metodi e strumenti per tali ricerche.

Il Prof. Peano risponde, insistendo nelle sue dichiarazioni, e principalmente sul fatto che, col passare del tempo, egli si è assolutamente convinto dell'utilità e efficacia dei metodi, ai quali egli va avviando i giovani.

Il Prof. Fano, ritenendo difficile venire oggi a una conclusione sul modo di provvedere per l'anno prossimo all'insegnamento di Analisi Superiore, presenta proposta sospensiva nel senso che si rinvii a una successiva adunanza ogni deliberazione circa l'Analisi Superiore. Questa proposta messa ai voti è approvata."

ASUT, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, Verbale N. 268 del 12 Aprile 1910. Estratto: *Programma di un corso libero (gratuito) di Analisi superiore del Prof. Peano*.

"Il Prof. Peano ha presentato il programma di un corso libero gratuito di Analisi superiore, da tenersi pure nell'anno 1910-11 (Studio storico e critico dell'Analisi infinitesimale e suoi complementi). Questo programma viene ritornato al Sig. Rettore, per essere unito ai rimanenti programmi di corsi liberi."

ASUT, *Facoltà di Scienze MFN, Programmi di corsi liberi 1909-10-1916-17*, VII 86.

Giuseppe Peano, *Programma di Corso libero di Analisi superiore per l'anno 1910-11*, presso la R. Università di Torino, Torino 25 marzo 1910.

“Studio storico e critico dell'Analisi infinitesimale, e suoi complementi.

Sarà interpolata al corso la trattazione di alcune questioni recentissime di analisi superiore, a scegliersi a seconda delle attitudini e gusti degli studenti.

Propongo per l'orario: martedì, giovedì, e sabato, ore 15. Torino 25 marzo 1910. G. Peano prof. ordinario di Analisi infinitesimale.”

ASUT, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, Verbale N. 268 del 12 Aprile 1910. Estratto *Provvedimenti per la cattedra di Analisi superiore*, pp. 129-131.

“Il Preside ricorda che nella precedente adunanza, dopo l'avvenuta discussione, fu sospesa ogni deliberazione circa il modo di provvedere per l'anno prossimo all'insegnamento dell'Analisi superiore, tenuto in questi due ultimi anni per incarico dal Prof. Peano. Dà poi comunicazione di una lettera del Prof. Peano medesimo, il quale, intendendo svolgere nell'anno venturo un corso libero (gratuito) di Analisi superiore - del quale ha presentato il Programma - dichiara che non potrebbe accettare un eventuale incarico di questa disciplina.

Il Prof. Jadanza osserva che questa lettera fu scritta dal Prof. Peano pochi giorni dopo la discussione avvenuta in Facoltà su quest'argomento. Vorrebbe si proponesse ancora per un anno la conferma dell'incarico di Analisi superiore al Prof. Peano, pregandolo di fare di questa disciplina un corso veramente organico, seguendo qualche trattato: se questo non si potesse ottenere, sarebbe egli stesso favorevole a provvedere al detto insegnamento, per l'anno successivo, in altro modo.

Il Preside, Prof. Segre, si richiama a quanto egli stesso e gli altri Professori di Matematica hanno detto in proposito nella precedente adunanza. Essi hanno dichiarato di non approvare l'indirizzo dato dal Prof. Peano al corso di Analisi Superiore, e il Prof. Peano, da parte sua, ha detto di essere invece pienamente convinto della bontà di questo indirizzo. Non crede assolutamente che il Prof. Peano si adatterebbe a un cambiamento, come vorrebbe il Prof. Jadanza. Dichiara di preoccuparsi soprattutto dei giovani, ai quali l'insegnamento si rivolge; e crede doveroso da parte della Facoltà di provvedere a che l'insegnamento sia impartito in quel modo e con quell'indirizzo che essa reputa migliore. Altri professori manifestano l'avviso, esser poco conveniente chiedere a un insegnante universitario di seguire, in un corso, un determinato libro di testo.

Il Preside propone pertanto che la Facoltà prenda atto della lettera del Prof. Peano, ad essa comunicata. Questa proposta, messa ai voti, risulta approvata, astenendosi nella votazione i Prof. Jadanza e Boggio.

Dopo di ciò il Preside osserva che all'insegnamento di Analisi superiore per l'anno prossimo si potrebbe provvedere coll'apertura di un concorso, oppure con un trasferimento di professore d'altra Università, o anche con un incarico ad altra persona. Il Prof. Jadanza si manifesta favorevole all'apertura di un concorso, il cui risultato non potrebbe essere che accettato da tutti con tranquillità e soddisfazione. Questa proposta,

messa ai voti, è approvata ad unanimità. La Facoltà propone pertanto a S. E. il Ministro della P. I. di voler aprire il concorso per professore straordinario alla cattedra di Analisi superiore nella R. Università di Torino; e lo invita in particolar modo, ad aprire subito tale concorso, affinché il nuovo titolare della cattedra possa essere nominato al principio del prossimo anno scolastico 1910-11.

ASUT, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, *Verbale* N. 274 del 15 Novembre 1910. Estratto: *Provvedimenti per l'insegnamento di Analisi superiore*, pp. 152-154.

“Il Preside ricorda come la Facoltà da tempo abbia chiesto l'apertura del Concorso alla Cattedra di Analisi superiore, il che, com'egli già comunicò nella precedente adunanza non s'è ancora potuto ottenere. Data l'importanza della materia, crede pertanto necessario ed urgente provvedere a tale insegnamento per l'anno 1910-1911 con un incarico. Ritiene sarebbe molto opportuno e conveniente affidare tale incarico al prof. Guido Fubini, Ordinario di Analisi Matematica nel R. Politecnico di Torino; il quale, per opinione generale, è uno fra i nostri scienziati di maggior valore in quella disciplina; tenne già la Cattedra di Analisi superiore nell'Università di Catania, come professore straordinario nominato in seguito a concorso; e continuò poi a impartire tale insegnamento, per incarico, nell'Università di Genova, dove passò alla Cattedra di Calcolo Infinitesimale. Da quest'ultima fu poi trasferito al Politecnico di Torino. Fa perciò formale proposta nel senso indicato.

Il prof. Peano propone invece di affidare l'incarico dell' Analisi superiore al prof. Boggio, attualmente comandato presso la nostra Università, del quale fa pure rilevare i meriti scientifici.

Il prof. Somigliana osserva che il prof. Boggio, oltre ad essere straordinario nell'Università di Messina, e qui comandato, tiene anche l'insegnamento della Matematica finanziaria nella nostra Scuola Superiore di Commercio. Lasciando pure impregiudicata la quistione se quest'ultima sia o non sia, a termini di Legge, un Istituto Superiore, egli esprime l'avviso che in ogni modo l'affidare al prof. Boggio un terzo insegnamento sarebbe contrario, se non alla lettera, certo allo spirito delle vigenti disposizioni.

Dopo di ciò si procede a votazione segreta (votanti 12) col seguente risultato: Fubini, voti 7; Boggio 4; una scheda bianca. La Facoltà, pur confermando il precedente voto che venga al più presto aperto il concorso per professore straordinario alla Cattedra di Analisi superiore in questa Università, propone pertanto che per l'anno 1910-911 l'insegnamento di questa disciplina venga affidato per incarico al prof. Guido Fubini del R. Politecnico di Torino.”

ASUT, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, *Verbale* N. 279 del 18 Marzo 1911. Estratto: *Incarichi e nuovi insegnamenti pel 1911-12: Analisi superiore*, pp. 168-170.

“Il Preside ricorda alla Facoltà che nell'adunanza del 15 novembre p.p. mentre si proponeva che per l'anno ora in corso fosse affidato, come fu affidato, al Prof. Fubini

Ministero di voler accordare all'Eng. Niretti per l'istito anno la consueta retroposita.

Con l'assemblea conferma
Del Prof. Niretti oggi

2) Riguardo all'eventuale conferma del Prof. straordinario Niretti, qui nominato, l'illustrato, all'uopo interrogato, ha risposto non averne da parte della Facoltà, allo stato delle cose, alcun provvedimento.

Locali della Facoltà
Con la commissione dell'istito
ha alla prima dell'istito

3) Locali per la Facoltà. Il Senato comunica la richiesta dal parte della Facoltà di Rettore e Filosofia - richiesta già nota a parecchi professori che ora nel corso veduta l'aula IX bis della sala - fino attuale - la Facoltà, dopo breve scambio d'idee, dichiara di esaudire a tale occasione, a condizione che: I) vengano fin d'ora messi convenientemente in ordine e adatti ai bisogni della Facoltà i locali dell'ultimo piano, II) si faccia più degna sede alla Biblioteca statale, analizza e alla Presidenza della Facoltà non appena si renderanno liberi i locali attualmente occupati dalla Biblioteca Nazionale.

Conferma
d'incarichi

Conferma incarichi - Proposte eventuali di nuovi insegnamenti.

Il Prof. Niretti con lettera 14 febbraio a.s. invita la Facoltà a proporre le proposte e nomine di incarichi di natura obbligatoria e complementari (art. 141-43 del Regol. Univ.), fare le eventuali proposte di nuovi insegnamenti (art. 80 n° 3).

Con il corso di
Prestare espone
Tante per istito
Del Prof. Niretti

Il Prof. Niretti, Niretti, fa relativamente al corso di Grammi Superiore attualmente tenuto per incarico del Prof. Niretti, le seguenti dichiarazioni.

a Il Prof. Niretti è universalmente apprezzato per

L'anno scorso era mi ha trattato la questione relativa ai fondamenti della matematica elementare, e del calcolo infinitesimale. Egli è pure un'enciclopedia accademica, anche fuori del dominio della matematica, per il linguaggio simbolico che lui ampiamente sviluppa che non sfiora le logiche matematiche, e che ha certo individuato molto a chiarezza le idee su ciò che sono le basi della logica e della matematica. In questo linguaggio egli si muove a vari suoi discipoli laureati. Suo è il *Formulario di Matematica*. — Tra i due corsi a livello superiore molti del Prof. Liano si sono accorti, secondo il suo modo di vedere, per quanto che si spingano perfettamente con ciò che lo precede. Così hanno un carattere promozionale, talora volgano ad una certa logica (hanno eccezioni non soltanto) argomenti standard, che sembrano scelti a caso, e non da una o per una sua appropriata qualche di quella forma che comunque esiste si designano col nome di *metodo superiore*. Li ha invece qui alcuni argomenti solo per quel fatto che ha *Logica Matematica*, e il *Formulario*, quali fanno molto più ad oggi, passano dove. Il *Formulario* è il più esatto testo per gli *Studenti di Analisi Superiore* della nostra *Scuola*, tra ciò non corrisponde a ciò che, secondo me, deve essere un tale corso. Non così il *giornale di valore*, possono essere indirizzati a più ricerca che non nell'analisi superiore. Così non ragioneremo altro, se non l'indirizzo critico su cui il Prof. Liano è convinto; con l'indirizzo costruttivo che è centrale in questa materia.

Il Prof. Liano ripete che, da quando gli fu affidato l'insegnamento dell'analisi superiore, egli lo ha sempre insegnato con *rigore*, e nel modo che, a suo giudizio, è più appropriato. Richiama di aver trattato, a volte, anche di *nuove* *recensioni*, promuovendo da parte dei giovani la sua

l'incarico dell'Analisi superiore, si era ancora insistito perché fosse aperto il concorso per Prof. straordinario alla cattedra suddetta. Chiede ora alla Facoltà se per l'anno prossimo intenda proporre la conferma dell'incarico, oppure insistere nuovamente pel concorso, o sospendere ogni deliberazione in attesa della risposta del Ministero riguardo al concorso.

Il Prof. Somigliana è d'avviso che l'essere l'insegnamento dell'Analisi superiore affidato al prof. Fubini costituisca per la Facoltà una soluzione soddisfacentissima sotto ogni riguardo, migliore di qualsiasi altra che, presumibilmente, potrebbe risultare da un concorso, specialmente da un concorso per straordinario; crede perciò che alla Facoltà convenga proporre la conferma dell'incarico al prof. Fubini, rinunciando al concorso. Il Prof. Segre, personalmente, è di questa opinione; il prof. Jadanza vorrebbe invece che si insistesse per il concorso; il Prof. D'Ovidio, tenute presenti anche le difficoltà che generalmente s'incontrano per un concorso ad una cattedra di Matematica superiore, propende per la conferma dell'incarico. Essendosi manifestata anche l'idea di proporre semplicemente la conferma dell'incarico, senza far cenno del concorso, il prof. Fano osserva che se, come sembra, la maggioranza dei colleghi crede conveniente e desidera che il Prof. Fubini continui a tenere l'insegnamento di Analisi superiore, sarà bene, ad evitare equivoci, dire esplicitamente al Ministero che la Facoltà, allo stato attuale delle cose, ritiene non più opportuno il concorso, precedentemente chiesto e non ancora aperto, e prega il Ministero di non più aprirlo. Messa ai voti pertanto la proposta Somigliana-Fano, concordata nei termini sotto indicati: «la Facoltà dichiara di desistere dalla domanda di concorso alla Cattedra di Analisi superiore fatta nell'adunanza 12 aprile 1910 e confermata nell'adunanza 15 novembre u. s., e delibera di continuare per ora a provvedere all'insegnamento suddetto con un incarico.» Dopo di ciò la Facoltà, con votazione segreta, e a voti unanimi propone che per l'anno 1911-12 venga confermato al prof. Fubini l'incarico dell'Analisi superiore.”

ASUT, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, *Verbale* del 11 Marzo 1915. Estratto: *Conferimenti incarichi pel 1915-16*.

“Il Prof. Peano fa presente alla Facoltà che in quasi tutte le Università l'insegnamento dell'Analisi Superiore è affidato per incarico al Prof.^{re} di Calcolo Infinitesimale, al quale è dato così mezzo di guidare egli stesso, nel 2° biennio, i giovani suoi allievi nello studio e nelle ricerche dei campi più elevati dell'Analisi. Trova perciò poco confacente all'interesse degli studi che, dopo aver dato a lui tale incarico nei due anni 1908-09 e 1909-10, glielo sia stato tolto, disconoscendo i suoi meriti, e affidandolo invece a persona che in passato ha dato prova di non essere al corrente dei di lui lavori, che segue altro indirizzo, e dà luogo così a un completo distacco fra i due insegnamenti di Calcolo infinitesimale e Analisi Superiore. Negli anni successivi egli si è astenuto dall'intervenire alle adunanze di Facoltà destinate alle conferme o nuove proposte di incarichi: oggi, avendo dovuto per altra ragione intervenire, non può lasciar passare sotto silenzio il torto che gli si è fatto. Fa presente ancora che esiste nella facoltà anche un altro professore, il Prof. Boggio, il quale non ha alcun incarico: questi conosce i suoi metodi, e, se a lui fosse affidato

l'incarico dell'Analisi Superiore, potrebbe continuare l'insegnamento dell'analisi secondo il medesimo suo indirizzo. Il Preside ed il Prof. D'Ovidio mentre osservano che nessuno ha mai messo in dubbio i meriti scientifici eminenti del Prof. Peano, a tutti ben noti, rettificano talune sue affermazioni e giudizi. In particolare il Preside si richiama alle precise di lui dichiarazioni inserite nel verbale dell'adunanza 17 marzo 1910. Il Prof. Somigliana propone che sia affidato al Prof. Boggio l'incarico del corso speciale di Matematica per i Chimici (...).

Per l'incarico di Analisi Superiore, la votazione dà il risultato seguente: Fubini, voti 4; Peano 4, Boggio 2; Schede bianche 3. Nessuno avendo riportato la maggioranza assoluta dei voti, si procede a una seconda votazione, col risultato che segue: Fubini voti 4; Peano 4; Boggio 3; Schede bianche 2. Si stabilisce pertanto di rinviare ad altra adunanza ogni deliberazione per l'incarico di Analisi superiore.”

ASUT, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, *Verbale* del 25 Marzo 1915. Estratto: *Conferimenti ulteriori incarichi per l'anno 1915-16*.

“Risultano proposti per l'Analisi superiore Prof. Fubini con voti 8 sopra 13 votanti (Boggio voti 3, Peano 1, una scheda bianca).”



Torino 1890, via Po

Conferenze matematiche.

Avuta la gentile concessione del Senato, tutti professori di matematica si riunirono tutti i sabati serali, dal 1914-15 in poi, in aula dell'Università, onde conferire su questioni relative alla scienza che perfezionano, esponendo in generale lavori in corso di pubblicazione.

Le conferenze più importanti furono dette dai professori:

- Boggio T.** — Su numeri immaginari (*Bollett. della Matheoa*, 1915).
Castellano F. — I numeri complessi considerati come operatori (*Accad. delle scienze di Torino*, 21 marzo 1915).
Tanturri A. — Prodotti di due numeri approssimati (*Accad. Torino*, 25 aprile 1915).
Guerra P. — Relazione fra il teorema aritmetico e il problema (*Periodico di matematica di Livorno*, 1916).
Palatini F. — Sull'uso del segno \rightarrow (*Mathema*, 1916).
Tanturri A. — Basse di numeri approssimati (*Accad. Torino*, 21 maggio 1916).
Della Cava L. — Rappresentazione di grandezze stereometriche (*Mathema*, 23 maggio 1916).
Viriglio L. — I segni numerici Romani (*Ibid.*, 19 novembre 1916).
Boggio T. — Sistemi di equazioni di secondo grado (*Mathema*, 1918).
Vesio V. — Prodotti approssimati (*Periodico di Livorno*, 1917).
Frisone R. — Le prime definizioni in Aritmetica (*Bollettino di Matematica di Torino*, 1917).
 — Una serie semplice dei logaritmi (*Accad. Torino*, 13 maggio 1917).
Tanturri A. — Della partizione dei numeri (*Ibid.*, 27 maggio 1917).
Mari Broda G. — Estrazione graduale della radice quadrata (*Ibid.*, 13 gennaio 1918).
Vesio V. — Proposta del prodotto graduale (*Accad. dei Lincei*, 6 gennaio 1918).
Frisone R. — Le varie definizioni di prodotto (*Accad. Torino*, 10 marzo 1918).
Tanturri A. — Su prodotti infiniti (*Ibid.*, 12 maggio 1918).
Guerra P. — Calcolo delle parentesi (*Ibid.*, 16 giugno 1918 e ristampato in *Bollettino di Genoa*, 1918).
Viriglio L. — Estrazione graduale della radice cubica (*Accad. Torino*, 16 giugno 1918).
Gomi T. — Formole sommatorie (*Ibid.*, 17 novembre 1918).
Destefanis M. — Estrazione della radice quadrate (*Ibid.*, 1° dicembre 1918).
Tanturri A. — Sul numero delle partizioni (*Ibid.*, 8° dicembre 1918).
Viriglio L. — Le parole italiane di matematica derivate dal greco (*Bollettino di matematica di Genoa*, 1919).
Tanturri A. — Sulla funzione di Dirichlet (*Accad. Torino*, 23 febbraio 1919).
Mari Broda G. — Sviluppo delle radici in prodotto decimale (*Ibid.*, 27 marzo 1919).
Gomi T. — Sviluppo delle radici in prodotto decimale (*Ibid.*, 23 marzo 1919).

Le relazioni di altre conferenze di titolo didattico, furono pubblicate nel *Bollettino della Mathema*, anni 1916, 1917, 1918, per cura della prof.^a Guerra, Viriglio, Frisone.

Altre conferenze furono tenute dal sottoscritto. Il loro titolo si trova nelle Pubblicazioni.

G. PRATO.

Paolina Quarra, *Conferenze matematiche torinesi*, Bollettino Mathesis, 7, 1915, pp. 42-44.

“Il 27 febbraio si riunirono, in un'aula della R. Università, una quarantina di professori di matematica per iniziare le conferenze promosse dai professori Peano, Boggio e Bottasso. Il prof. Peano spiegò lo scopo di queste riunioni, che è quello di servire come scambio di idee sulle questioni riguardanti le matematiche elementari. Accennò alla società Mathesis fondata a Torino molti anni addietro, e che ora ha la sua sede a Pavia, e presentò i giornali di matematica elementare: il *Periodico di Matematica* e il *Supplemento* al Periodico del Lazzeri, il *Pitagora* del Fazzari, il *Bollettino di Matematica* del Conti, il *Bollettino* del Tenca di Pavia, i quali tutti contengono interessanti articoli relativi alla matematica elementare. Invitò i presenti a scrivere sopra questi soggetti, della massima utilità, perché ogni perfezionamento della matematica elementare è sommamente utile al gran numero di studiosi.”

Luisa Viriglio, *Conferenze Matematiche Torinesi*, Bollettino Mathesis, 8, 1916, pp. 46-47.

Luisa Viriglio, *Conferenze Matematiche Torinesi*, Per un'edizione nazionale di Tavole di logaritmi, Bollettino Mathesis, 9, 1917, pp. 35-41.

Pubblicazioni di G. Peano Prof. ord. di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino. s. l. [Torino], s. d. [1916], 8 p.

Enrico D'Ovidio, Nicodemo Jadanza, Giuseppe Peano, Ottavio Zanotti Bianco, Berardo Sterponi, Carlo Levi, *Relazione della Commissione per l'Edizione Nazionale di una Tavola dei Logaritmi*, Maggio 1917, Bollettino Mathesis, Pavia, 1917, pp. 42-43.

Paolina Quarra, *Conferenze matematiche Torinesi*, Bollettino Mathesis, 9, 1917, pp. 73-74.

Rosetta Frisone, *Conferenze matematiche Torinesi*, Bollettino Mathesis, 10, 1918, pp. 77-81.

Annuario dell'Università di Torino, Torino 1919-20, Giuseppe Peano *Conferenze matematiche*, pp. 245-246.

Rettore Univ. Torino Giovanni Vidari a Giuseppe Peano, Torino 6 febbraio 1919 - BC Cuneo, Archivio Peano N. 100137.

“Chiar.mo Professore, ho letto con interesse il resoconto delle “Conferenze matematiche torinesi” e ne la ringrazio. Ma ho pensato: perché non si possono tali relazioni e discussioni didattiche ripetere in seno alla Associazione pedagogica, che numera parecchi soci, ma quasi tutti in materie letterarie? Non le pare che potrebbero trarne vantaggio tutti, e letterati e matematici? In un prossimo incontro con lei potrò esporle meglio il mio pensiero. Mi abbia intanto con cordiali saluti, suo Giov. Vidari.”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. N. 363, *Lettera di G. Peano all'Ill.^{mo} Signor Rettore della R. Università di Torino*, Torino 27 gennaio 1921.

“Il sottoscritto, anche a nome di altri professori di matematica, domanda il permesso di tenere le *Conferenze matematiche*, conformemente a quanto egli fece negli anni scorsi, dal 1914-15 in poi, cioè ogni sabato scolastico. Ore 17, nella sala N. XVIII bis, ovvero nella Biblioteca di Matematica. Devotissimo G. Peano.”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. N. 363.2, *Lettera del Rettore C.F. Parona a G. Peano*, Torino 28 dicembre [gennaio] 1921. Oggetto: Conferenze Matematiche.

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, *Lettera di G. Peano all'Ill.^{mo} Signor Rettore della R. Università di Torino*, Torino 11 gennaio 1928.

“Anche quest’anno i giovani laureati mi hanno pregato di tenere un corso di preparazione sul programma di matematica per i prossimi concorsi. Domando perciò il permesso di tenere questo corso nella Biblioteca di Matematica. Già ottenni il permesso dal prof. Fano, direttore della Biblioteca stessa. Devotissimo G. Peano.”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 129.2.1, *Lettera del Rettore A. Pochettino al Chiar.mo Sig. Prof. Giuseppe Peano*, Torino 11 gennaio 1928. Oggetto: Autorizzazione a tenere un corso nella Biblioteca di Matematica.

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 546.2.1, *Lettera di G. Peano al Magnifico Rettore della R. Università di Torino*, 24 febbraio 1930.

“I giovani laureati in Matematica mi hanno invitato, come negli anni scorsi, a fare delle lezioni di preparazione ai concorsi per le scuole medie. Chiedo perciò il permesso di tenere questo corso, libero e gratuito, in una delle sale della Facoltà Matematica, tutti i sabati, dall’8 marzo in poi, ore 17. Dev.^{mo} G. Peano.”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 546.2.1, *Lettera del Rettore S. Pivano al Chiar.mo Sig. Prof. Giuseppe Peano*, 26 febbraio 1930.

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 669.2.1, *Lettera di G. Peano al Magnifico Rettore della R. Università di Torino*, 8 aprile 1931.

“I laureati in matematica mi invitano a tenere, anche quest’anno, un corso di conferenze per la preparazione agli esami di abilitazione e concorso per le scuole medie. Prego perciò mi sia concesso, come negli anni scorsi, di tenere questo corso di conferenze preparatorie, corso libero e gratuito, in una sala della Facoltà Matematica, tutti i sabati alle ore 17, a cominciare da sabato prossimo, 11 corrente. Devotissimo Prof. G. Peano.”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 669.2.1, *Lettera del Rettore S. Pivano al Chiar.mo Sig. Prof. Comm. Giuseppe Peano*, 9 aprile 1931.

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 133.2.1, *Lettera di G. Peano al Magnifico Rettore della R. Università di Torino*, 16 gennaio 1932.

“I giovani laureati in matematica mi manifestano il desiderio, come negli anni scorsi, di seguire un corso di preparazione per gli esami di abilitazione in Matematica. Io domando pertanto, come negli anni scorsi, il permesso di fare queste lezioni (gratuite) ogni sabato, ore 17, cominciando da sabato prossimo 23, in un’aula della R. Università. Devotissimo Prof. G. Peano.”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 133.2.1, *Lettera del Rettore S. Pivano al Chiar.mo Sig. Prof. Comm. Giuseppe Peano*, 19 gennaio 1932.

G. Peano, *Aritmetica generale e Algebra elementare*, Torino, Paravia, 1902, 143 p.

G. Peano, *Formulario Mathematico, Editio V (tomo V de Formulario completo). Praefatione*. Junio 1908, Torino, Bocca, 1908, XXXVI-463 p., 16 tav.



Peano circondato da allieve e allievi nel 1928

6 *Il corso di Matematiche Complementari 1925-1932*

ASUT, 5243, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN dal 2 luglio 1924 al 18 maggio 1932*. Estratto: *Adunanza della Commissione incaricata dalla Facoltà della sistemazione degli insegnamenti matematici nel corrente anno accademico, nonché della coordinazione dei programmi e della compilazione degli orari dei corsi*, 7 novembre 1925. Sono presenti il Preside Prof. C. Somigliana e i Professori T. Boggio, G. Fano, G. Peano, A. Pochettino, G. Silva, L. Volta e F. G. Tricomi, segretario.

“Insegnamenti analitici del 1° biennio e corso di Matematiche Complementari.

La Commissione propone che, pel corrente anno accademico, l'incarico di Matematiche Complementari e Magistero di Matematica sia affidato al Prof. Tricomi. Avendo però il Prof. Peano dichiarato che egli, purché la sua condizione resti in diritto immutata, preferirebbe fare il corso di Matematiche Complementari anziché quello di Analisi Infinitesimale, la Commissione, riconosciuta l'opportunità della proposta, delibera, col consenso del Prof. Tricomi e salvo l'approvazione della Facoltà e del Senato Accademico, che, pel corrente anno, si addivenga ad uno scambio d'insegnamenti fra il corso di Analisi Infinitesimale e quello di Matematiche Complementari.”

ASUT, 5243, *Verballi delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN dal 2 luglio 1924 al 18 maggio 1932*. Estratto: *Adunanza dei Professori di ruolo*, 15 maggio 1931. *Proposta di trasferimento del Prof. Giuseppe Peano stabile di Analisi infinitesimale nella R. Università di Torino alla cattedra di Matematiche Complementari dell'Università medesima*.

“La Facoltà, tenuto conto del consenso già espresso dal prof. Peano, propone che il prof. Peano sia trasferito dalla cattedra di Analisi infinitesimale, di cui è titolare, alla cattedra vacante di Matematiche Complementari, colla seguente motivazione: «La Facoltà, considerata la specialissima competenza del prof. Peano nelle questioni dei fondamenti delle Matematiche, che tanta importanza hanno anche sotto il punto di vista dell'insegnamento, considerata inoltre l'attività che già da alcuni anni il prof. Peano ha dedicato alla preparazione dei giovani ai concorsi per le Scuole Medie, ritiene che nessuno meglio di Lui possa svolgere il corso di Matematiche Complementari che particolarmente si rivolge ai giovani i quali aspirano all'insegnamento medio.»”

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 988.2.1, *Lettera del Rettore S. Pivano al Ministero dell'Educazione Nazionale*, 28 maggio 1931, Oggetto: Trasferimento del Prof. Giuseppe Peano.

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, Prot. 1050.2.1, *Lettera del Ministro dell'Educazione Nazionale al Rettore della R. Università di Torino*, Roma, 3 giugno 1931. Oggetto: Prof. Giuseppe Peano. Trasferimento.

ASUT, 5243, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN dal 2 luglio 1924 al 18 maggio 1932*. Estratto: *Adunanza dei Professori di ruolo*, 18 giugno 1931.

ASUT, *Fascicolo Personale del Prof. Giuseppe Peano*, *Lettera del Ministro dell'Educazione Nazionale al Rettore della R. Università di Torino*, Roma, 2 settembre 1931. Oggetto: Prof. Giuseppe Peano. Trasferimento.

“Si comunica a V.S. che con Decreto del 10 agosto 1931 il Prof. Giuseppe Peano è stato trasferito dalla cattedra di Analisi infinitesimale a quella di Matematiche complementari di codesta Università a decorrere dal 1° novembre 1931. Si compiaccia la S.V. di dar notizia del provvedimento alla Facoltà competente ed all'interessato, invitando quest'ultimo a far pervenire, con cortese sollecitudine, la necessaria dichiarazione di consenso, senza della quale il decreto non potrà essere inviato agli uffici di controllo per la registrazione. Il Ministro Calamaro.”

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B 339, fasc. 2, 1, *Disposizioni relative al personale insegnante*, Preside, Prof.ⁱ ordinari, straordinari, incaricati e supplenti, Prot. N. 441. Torino 5 febbraio 1932. Oggetto: Designazioni di Professori per commissioni di esami nelle Scuole Medie. Estratto.

“Facoltà di Scienze. Peano Giuseppe Ordinario di Matematiche Complementari. Sede preferita Cuneo (qualunque Commissione).”



Giuseppe Peano, 1924-1928

ASUT, *Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN dal 2 luglio 1924 al 18 maggio 1932*, 5243. *Adunanza del Consiglio di Facoltà del 26 aprile 1932*. Sono presenti il Preside Prof. C. Somigliana ed i Professori A. Arcangeli, A. Corti, E. Persico, A. Pochettino, O. Mattiolo, G. Fano, G. Ponzio, T. Boggio, F. G. Tricomi, A. Terracini e B. Colombo.

“Prima di iniziare la seduta il Preside ricorda commosso la improvvisa perdita del prof. Peano, vanto della nostra Facoltà, e la cui eminente posizione nella Scienza era riconosciuta universalmente. I prof. Fano e Boggio, come antichi allievi del prof. Peano si associano al Preside e tutti i presenti approvano la proposta di inviare una lettera di condoglianza alla Vedova a nome della Facoltà.”

ASUT, *Affari ordinati per classe*, XIV B, 342, *Onoranze. Annunzi di morte e condoglianze*, 1932, *Comm. Prof. Giuseppe Peano, ordinario di Matematiche Complementari*, Torino 20 aprile 1932, ore 3.

Lettera di Carola Peano Crosio, 20 aprile 1932.

Discorso del Magnifico Rettore prof. Silvio Pivano di fronte ai componenti del Senato accademico.

Telegrammi: R. Accademia dei Lincei, inviato alla famiglia e il prof. Fano è incaricato di rappresentare l'Accademia ai funerali.

Biglietti di condoglianze, s. d.: Direttore del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria, Università di Torino; Rettore della R. Università di Pisa; Rettore della R. Università di Modena; Rettore della R. Università di Cagliari; Direttore del R. Istituto Sup. di Scienze economiche e commerciali, Venezia; Rettore dell'Università degli Studi di Camerino, G. Teodoro.

Telegrammi 20 aprile 1932: R. Università di Torino, Rettore Pivano al Ministero dell'Educazione Nazionale, Direzione generale istruzione superiore, Roma.

Telegrammi 22 aprile 1932: Comitato Matematico delle Ricerche, Segretario generale Bompiani; Ministro Educazione Nazionale B. Giuliano; Prof. Giovanni Vacca, Roma.

Lettere di condoglianze: Direttore del R. Politecnico di Milano; Rettore dell'Università Cattolica di Milano, Agostino Gemelli; Rettore dell'Università degli Studi di Padova; Rettore della R. Scuola di ingegneria di Padova; Direttore dell'Istituto Superiore pareggiato di Magistero del Piemonte, F. Cognasso; R. Commissario R. Istituto Superiore di Scienze

economiche e commerciali di Genova, M. Moresco; Direttore della R. Scuola di ingegneria di Torino, G. Albenga; Direttore della R. Scuola di ingegneria di Bologna; Direttore del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria, Università di Parma; Direttore del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria, Bologna; Direttore del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria di Pisa, G. Marcone; Rettore dell'Università degli Studi di Urbino; Rettore dell'Università degli Studi di Ferrara; Direttore della R. Scuola di ingegneria di Pisa, G. Quaglia; Rettore dell'Università degli Studi di Trieste, Manlio Udina; Rettore dell'Istituto Superiore di Scienze economiche e commerciali di Bologna, F. Sibirani; Rettore della R. Università degli Studi di Parma; Rettore della R. Università Italiana per stranieri, Perugia, G. Uff. Avv. Astorre Lupattelli; Rettore dell'Università degli Studi di Napoli; Rettore dell'Università degli Studi di Bologna; Prof. Arturo Farinelli, Torino.

Telegrammi e Lettere di condoglianze, 23 aprile 1932: Direttore De Gasperi, Perugia; Rettore dell'Università degli Studi di Genova; Rettore dell'Università degli Studi di Firenze; Rettore dell'Università degli Studi di Catania; Rettore dell'Università degli Studi di Perugia; Rettore dell'Università degli Studi di Messina, G. Vinci; Direttore della R. Scuola Superiore di Chimica industriale, Bologna, M. Padoa; Direttore del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria di Milano.

Telegrammi e Lettere di condoglianze, 24 aprile 1932: Rettore del R. Istituto Superiore di Scienze economiche e commerciali di Bari, Bonferroni; Direttore del R. Istituto Superiore di Magistero di Firenze.

Telegrammi e Lettere di condoglianze, 25 aprile 1932: Rettore della R. Università degli Studi di Roma; Rettore della R. Università degli Studi di Sassari; Commissario del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria di Sassari, C. Vercesi; Direttore della R. Scuola di ingegneria di Napoli; Commissario del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria di Messina, G. Vinci; Commissario del R. Istituto Superiore di Scienze economiche e commerciali di Napoli, M. Picone; Commissario del R. Istituto Superiore Navale di Napoli; Direttore del R. Istituto Superiore di Magistero di Messina; Direttore della R. Scuola di ingegneria di Roma; Rettore della R. Università degli Studi di Siena.

Telegrammi e Lettere di condoglianze, 27 aprile 1932: Rettore della R. Università degli Studi di Palermo; Rettore della R. Università degli Studi di Milano; Direttore del R. Istituto Superiore di Medicina Veterinaria di Napoli.

Telegrammi e Lettere di condoglianze, 28 aprile 1932: Rettore del R. Istituto Superiore di Scienze economiche e commerciali di Catania.

Lettere di condoglianze, 8 maggio 1932: Rettore della R. Università degli Studi di Bari, G. Mariani.

12 maggio 1932, *Josef Peano*, Linzer Boltsblan, Donnerstag, 12 Mai 1932, Nr. 112, S. 6.

Telegramma 13 maggio 1932, Rettore dell'Università di Kazan, N. Weksline - Presidente della Société Physico Mathématique, W. Parfentieff, Kazan.



G. Peano, *Giochi di Aritmetica e problemi interessanti*, Torino 1924

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano

a cura di

Clara Silvia Roero

con la collaborazione di

Erika Luciano, Enrico Maiorano, Raffaella Petti e Stefania Serre

Biblioteca Civica Italo Calvino di Torino

UGO CASSINA

PROFESSORE NELLA R. UNIVERSITÀ DI MILANO

C
III

365

CALCOLO NUMERICO

CON NUMEROSI ESEMPI
E NOTE STORICHE ORIGINALI



BOLOGNA
NICOLA ZANICHELLI

MCMXXVIII

Ugo Cassina, *Calcolo numerico*, Bologna 1928

“Vi insegnerò a trasformare la matematica in pane” diceva Peano nel 1928 agli allievi del corso di Matematiche Complementari dell'Università di Torino. Dopo una brillante carriera di matematico attivo e geniale, che seppe attirare su di sé l'attenzione del mondo scientifico, il grande logico piemontese prodigava le sue doti di chiarezza, semplicità e rigore nell'esporre la matematica, a favore della scuola e degli insegnanti. Sempre disponibile a dialogare su temi didattici, era solito ricevere a casa sua studenti e collaboratori. Organizzava corsi per la preparazione dei giovani laureati in procinto di sostenere gli esami a cattedre nella scuola e cercava di rendere più divertente l'insegnamento della matematica con giochi, indovinelli, operazioni curiose, quadrati magici, tavole misteriose e problemi capziosi. Amava leggere le opere dei matematici del passato e servirsi di fonti storiche per catturare l'attenzione degli allievi. I suoi ultimi articoli erano ricchi di divagazioni di storia della matematica, sui sistemi di numerazione, sui quadrati magici, sulle derivazioni dei vocaboli matematici da varie lingue e sul calendario.

Presidente del patronato scolastico di Cavour, Peano aveva allestito nella sua villa un piccolo osservatorio per mostrare ai bambini le stelle e spiegare l'astronomia e ai suoi nipoti e pronipoti, come Carola Peano e Lalla Romano, insegnava i nomi dei fiori in latino. Uno degli obiettivi prioritari del 'mestiere di matematico' era per lui quello di ampliare e migliorare la cultura scientifica, e in particolare quella matematica. E quest'intento perseguì con tenacia e lungimiranza durante tutta la vita, all'inizio nella direzione della *Rivista di Matematica*, che fra i suoi scopi aveva quello “di perfezionare i metodi d'insegnamento”. A partire dal 1896 partecipò attivamente alle riunioni della *Mathesis*, la prima associazione italiana di insegnanti di matematica, fondata a Torino da Rodolfo Bettazzi, suo amico e collega all'Accademia militare e, quando nel 1915 l'associazione si trasferì a Parma, Peano istituì le Conferenze Matematiche Torinesi, che per almeno una decina di anni videro riunirsi, il sabato pomeriggio, in un'aula dell'Università, una quarantina di insegnanti. Ebbero origine in questi incontri numerosi libri di testo per le scuole, redatti da Peano e dai suoi allievi e collaboratori, e molti furono pure gli articoli che egli presentò all'Accademia delle Scienze di Torino, all'Accademia dei Lincei, o che fece pubblicare su riviste di didattica e nei fascicoli di *Schola et Vita*. Questo periodico, stampato a Milano e diretto dal suo amico e collaboratore Nicola Mastropaolo, riportava informazioni e proposte sull'educazione scientifica da molti paesi del mondo.

Qualcosa del mago aveva sempre avuto. Un mago delle Mille e una notte: arabo, dalla barba rada e dagli occhi fulminanti.

Lalla Romano, *Una giovinezza inventata*, Torino, Einaudi, 1979, p. 6-7

In tutti i tempi, e presso tutti i popoli, si insegnavano dei giochi per rendere dilettevole e meno noiosa l'aritmetica.

G. Peano, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, Torino, Paravia, 1924, p. 1

La stanza da pranzo - nel senso che era quella dove si pranzava - aveva nel mezzo un grosso tavolo scuro, di quelli da osteria. Facendo ribaltare il piano, appariva un fondo assai capace, pieno di giochi matematici; alcuni erano modellini ricavati dai trucchi dei baracconi. Il mago, raccontò zia Nina, aveva pregato lo zio di non rivelarli al pubblico.

Lalla Romano, *Una giovinezza inventata*, Torino, Einaudi, 1979, p. 7-8

I simboli matematici apportano non solo brevità, ma specialmente precisione e chiarezza. Essi soddisfano alla legge generale dell'economia di lavoro; rendono più facile lo studio ai principianti, e sono pressoché indispensabili al progresso della Scienza.

... Per chi impara per la prima volta l'Aritmetica, la via che qui si segue è senza dubbio vantaggiosa. Una cinquantina di simboli, di significato chiaro e preciso, sostituisce alcune migliaia di parole che si presentano definite o no, nei trattati precedenti la scrittura ideografica. Coloro che già hanno studiato l'Aritmetica e l'Algebra per altra via, dovranno fare uno sforzo per imparare questo nuovo metodo, e a vedere che gli aggruppamenti di idee che qui si fanno sono più semplici di quelli cui sono da tempo abituati. Coloro che saranno capaci di questa fatica saranno ricompensati dalla bellezza dei risultati, che essi soli sono in grado di apprezzare.

G. Peano, *Aritmetica generale e Algebra elementare*, Torino, Paravia, 1902, p. III, V

Sorgono ovunque società collo scopo di arricchire i socii del metallo, la cui cupidigia è causa di tanti mali. Sorgono società per difendere gli interessi materiali e morali dei socii. Invece i professori di matematica fondarono società in Francia, Germania, Inghilterra e America, collo scopo di trattare i problemi scientifici, filosofici e didattici, che tangono il loro insegnamento. Ed ecco, pel medesimo puro, nobile e disinteressato scopo, sorgere in Italia la società Mathesis, una delle prime per tempo, e purtroppo una delle ultime per i mezzi materiali di cui dispone. Lo studio di queste questioni filosofico-didattiche è anzitutto una soddisfazione della mente umana, alla continua ricerca della verità. È interessante il trovare nella trita via percorsa per secoli da tutte le generazioni, nuovi studii, nuove teorie, che esigono tutto l'acume della nostra mente. Ma essenzialmente questo studio è di utilità immediata al nostro prossimo, al pari di una scoperta, che ci permetta di correre più veloci, o che abbassi il prezzo del pane. Perché la conoscenza di quelle questioni, e del modo di risolverle, ha per effetto di perfezionare il nostro insegnamento, di far procedere più veloci gli alunni nello studio, e dare a minore prezzo di fatica le cognizioni necessarie.

... Il rigore matematico è molto semplice. Esso sta nell'affermare tutte cose vere, e nel non affermare cose che sappiamo non vere. Non sta nell'affermare tutte le verità possibili. La

scienza o la verità è infinita; noi non ne conosciamo che una parte finita, e infinitesima rispetto al tutto. E della scienza che conosciamo, noi dobbiamo insegnare solo quella parte che è maggiormente utile agli alunni.

G. Peano, *Sui fondamenti dell'analisi*, Bollettino della Mathesis, 1910, p. 273

Tutto ciò che si studia nelle scuole, e si dimentica nella vita, non è necessario.

... Lo scopo della matematica, che si insegna nelle scuole, è di risolvere i problemi numerici che si incontrano nella vita pratica. ... Sono preferibili i problemi, in cui tanto i dati, quanto il risultato contengono qualche informazione utile. Alcuni libri danno le distanze fra varie città, e facendo viaggiare mentalmente gli alunni, fanno fare delle addizioni. Anche i dati statistici servono a fare calcoli numerici. Ma in realtà i problemi pratici sono molto rari, e sarebbe utile che i periodici didattici per le scuole elementari e medie ne pubblicassero. I calcoli sui numeri astratti diventano più divertenti se fatti sotto forma di giochi. I quadrati magici, che esercitano nella somma ... e le operazioni curiose in cui i risultati presentano qualche eleganza ... dovrebbero essere più diffusi.

G. Peano, *Sui libri di testo per l'Aritmetica*, Periodico di Matematiche, 1924, p. 238-240

La differenza fra noi e gli allievi affidati alle nostre cure sta solo in ciò, che noi abbiamo percorso un più lungo tratto della parabola della vita. Se gli allievi non capiscono, il torto è dell'insegnante che non sa spiegare. Né vale addossare la responsabilità alle scuole inferiori. Dobbiamo prendere gli allievi come sono, e richiamare ciò che essi hanno dimenticato, o studiato sotto altra nomenclatura. Se l'insegnante tormenta i suoi alunni, e invece di cattivarsi il loro amore, eccita odio contro di sé e la scienza che insegna, non solo il suo insegnamento sarà negativo, ma il dover convivere con tanti piccoli nemici sarà per lui un continuo tormento. Ognuno si fabbrica la sua fortuna, buona o cattiva. Chi è causa del suo mal, pianga sé stesso. Così disse Giove, e lo riferisce Omero (Odissea I, 24). Con questi principii, caro lettore e collega, vivrai felice.

G. Peano, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, Torino, Paravia, 1924, p. 63

Da bambina, come tutti, badavo a scegliere da un piatto di castagne la meno bella e così via, in modo da lasciare per ultime le migliori, anzi la migliore. Non senza motivo del resto: l'impressione ultima sarebbe stato il sapore della più buona mangiata alla fine. Zio Giuseppe mi aveva insegnato a fare il contrario: - Scegli invece la migliore, poi ancora la migliore: fino alla fine avrai sempre mangiato la più buona. - Significava: altrimenti avrai sempre mangiato la peggiore. Era un trionfo della logica.

Lalla Romano, *Una giovinezza inventata*, Torino, Einaudi, 1979, p. 99

A nessuno che abbia avuto occasione di trattare in iscuola, davanti a dei giovani, qualunque soggetto che si riferisca alle parti astratte e teoriche della matematica, può essere sfuggito il rapido cambiamento di tono che subisce l'attenzione e l'interessamento degli studenti ogni qualvolta l'esposizione ... lascia luogo a delle considerazioni d'indole storica, a considerazioni per esempio che si riferiscano alla natura dei problemi e delle difficoltà che hanno dato origine

allo svolgimento d'una teoria o all'introduzione d'un metodo, alle ragioni per le quali determinati concetti o determinate convenzioni sono state adottate, o ai diversi punti di vista dai quali un dato soggetto fu considerato da quelli che maggiormente contribuirono ad avanzarne la trattazione scientifica. Di questo appetito sano e caratteristico delle menti giovani ... è certamente desiderabile trarre il maggior partito possibile. Utilizzarlo intelligentemente vuol dire rendere l'insegnamento più proficuo e nello stesso tempo più gradevole, più efficace e insieme più attraente.

Giovanni Vailati, *Sull'importanza delle ricerche relative alla Storia delle Scienze*, 1897, Scritti 1911, p. 71

Egli deplora che, anche per la Matematica, la scuola continui malgrado tutto a essere piuttosto una palestra mnemonica che non un istituto di cultura intellettuale, che l'allievo sia ivi occupato troppo a imparare (apprendere, accipere) e troppo poco a capire (comprendere, concipere), che lo scolaro insomma venga considerato più come un recipiente da riempire che non come un campo da seminare, una pianta da coltivare, un fuoco da eccitare.

La ripugnanza per la Matematica non è d'ordinario che ripugnanza per il modo in cui essa viene presentata da chi l'insegna poiché è tanto assurdo parlare di una mancanza di disposizione per imparare l'Algebra e la Geometria elementare, come parlare di una macanza delle doti necessarie per imparare a leggere o a scrivere.

Giovanni Vailati, *C. Laisant La Mathématique: philosophie, enseignement*, 1899, Scritti 1911, p. 259

Tra le cause principali del poco soddisfacente funzionamento delle scuole secondarie egli segnala giustamente ... la sopravvivenza dell'antiquato concetto dell'insegnante come di un lettore o un conferenziere, a cui si contrappone quello dell'allievo come un semplice spettatore e uditore, da non interrogare se non a scopo di diagnosi, o per assicurarsi eventualmente se ha capito, e non invece continuamente per stimolarlo a riflettere, a pensare, ad assimilare e dominare le cognizioni che gradualmente va acquistando.

Giovanni Vailati, *G. Fraccaroli La questione della scuola*, Riv. di psicologia appl. alla pedagogia e alla psicopatologia, 1, 1905, Scritti 1911, p. 602

O fanciullo d'Italia, ho scritto questo libro per te, con animo paterno; in modo che ogni sua pagina possa dare qualche alimento al tuo pensiero, ma senza che la fatica o la noia abbiano a contristare il tuo animo giocondo. E perciò ti invito a leggerlo con fiducia: nulla contiene, che tu non possa comprendere; nulla domanda, cui tu non possa rispondere; e nulla propone, che tu non possa eseguire. Leggendolo attentamente, per capire e rammentare, accrescerai ogni giorno il tuo sapere; e così ti avvierai a diventare utile a te, alla famiglia ed alla patria.

Alessandro Padoa, *Aritmetica intuitiva per le scuole medie*, Milano, Sandron, 2^a ed. 1924

Guidare e spingere l'alunno a procurarsi, per via di esperimento e, in particolare, col ricorso agli strumenti di disegno, il più gran numero possibile di cognizioni di fatto sul modo di costruire le figure e sulle loro proprietà, soprattutto non 'intuitive', è d'altra parte il miglior

mezzo di far nascere in lui il desiderio e il bisogno di rendersi ragione del 'come' e del 'perché' tali proprietà sussistano, e di predisporlo a riguardare come interessante l'apprendimento, o la ricerca, di connessioni deduttive tra esse, e di ragionamenti che conducano a riconoscerle come conseguenze le une delle altre.

... Anche qui, come nel caso dell'Aritmetica, è da raccomandare che le prove, sia scritte che orali dirette ad accertare il profitto degli alunni e la sufficienza delle loro cognizioni consistano piuttosto nell'esigere da essi l'esecuzione di determinate costruzioni, o la soluzione di dati problemi speciali, che non nella ripetizione, o enunciazione, di regole e di teoremi indipendentemente da ogni loro applicazione. Solo quando l'alunno abbia mostrato di saper fare, lo si inviti a dire, chiaramente ed esattamente ciò che ha fatto.

Giovanni Vailati, *L'insegnamento della Matematica nel primo triennio della Scuola secondaria*, Bollettino di Matematica, 6, 1907, p. 141-142, 144

Tra gli insegnamenti scientifici il primo posto nella formazione dell'intelletto giovanile lo hanno le matematiche, il cui insegnamento nelle scuole di preparazione alla cultura deve, insieme e alla pari con quello della lingua italiana, esercitare la funzione più importante e più efficace alla formazione della mente ... Ma perché gli alunni si prestino volentieri alla benefica azione che deve produrre sulle loro intelligenze la matematica, bisogna che essi intravedano subito la mirabile funzione di questa disciplina come accrescitrice, non pure della mente, ma della coscienza e della dignità umana.

Nessun altro mezzo è tanto efficace per stimolare e destare negli alunni in un primo studio della geometria ...quanto il richiamare al più presto possibile la loro attenzione sopra alcune delle più semplici applicazioni pratiche delle cognizioni che vanno acquistando. ... L'aritmetica e la geometria ci consentono non pur di misurare torri, ma di seguire nelle loro vie misteriose i mondi che vediamo roteare intorno a noi, ci consentono per accostarci al viver nostro, di tracciare e innalzare edifici e di trattenere forze, sollevar macigni, forare monti, creare le macchine più mirabili e potenti e lanciarle oltre i continenti e gli oceani e attraverso i cieli. Questo è necessario che sentano gli alunni: che intuiscono cioè e riconoscano le profonde e lontane ragioni dei loro calcoli più elementari.

Giovanni Vailati, *L'insegnamento della Matematica nel nuovo ginnasio-riformato e nei tre tipi di licei*, Bollettino di Matematica, 1910, p. 36, 47

Portiamo la vita nelle nostre scuole, e mostriamo come gli avvenimenti che si svolgono sotto i nostri occhi ed i fenomeni che accadono attorno a noi siano dominati dalle leggi del numero e della estensione, e come la matematica serva a mille interessanti ed utili ricerche di indole pratica, e ciò, ben s'intende, con tutto il rispetto al rigore del ragionamento che non dev'essere inquinato dall'uso dell'intuizione e dell'esperienza: avremo così persuasi i giovani che la matematica non è una scienza dell'altro mondo, e li avremo invogliati a sobbarcarsi alla fatica necessaria allo studio della teoria, ottenendo così il doppio vantaggio di far loro apprendere cognizioni utili nella vita e di addestrarli e romperli al retto uso del raziocinio.

Rodolfo Bettazzi, *Le applicazioni della matematica*, Bollettino della Mathesis, 8, 1903-04, 3, p. 40-41

Mi piace osservare che, là dove sia possibile, e sempre allo scopo di far prendere amore allo studio delle figure della geometria, sarà utile servirsi del cosiddetto lavoro manuale per fare eseguire sviluppi di solidi, modelli di poliedri in carta o in fil di ferro, curve in lastrine di legno o di metallo intagliate: ed anche di condurre qualche volta gli allievi in libera campagna, e là far loro eseguire i più elementari rilievi topografici, e far prendere sul terreno le misure necessarie ad ottenere la misura di qualche ente inaccessibile, per compiere a casa i calcoli occorrenti, abituandoli intanto a giudicare qual è l'approssimazione con cui prendere la misura a seconda dello scopo che ci prefiggiamo.

Rodolfo Bettazzi, *Le applicazioni della matematica*, Bollettino della Mathesis, 8, 3, 1903-04, p. 43

È mio desiderio ed augurio nel presentare il libro che esso aiuti a render leggero e dilettevole ai bimbi l'acquisto di una scienza che non solo potrà essere per loro di immenso valore pratico, ma ancora divenire sorgente di intensa e profonda gioia dello spirito.

Grace Chisholm Young, William H. Young, *Geometria per i piccoli ...*, trad. a cura di L. Viriglio, Torino, 1911

Una interessante costruzione di un pentagono regolare si ottiene facendo un nodo di cravatta, cioè un nodo semplice con un nastro di carta, cioè una striscia a bordi paralleli.

G. Vacca, *Della piegatura della carta applicata alla geometria*, Periodico di Matematiche, 1930, p. 48

Invito i miei colleghi a riflettere sul perché, in generale, la matematica è così antipatica e noiosa agli scolari, quando non è addirittura odiata. ... Ma bisogna saper essere sinceri, e riconoscere e confessare che una delle cause, e forse la principale, per cui la matematica ha così poca fortuna nelle scuole medie, è perché la non si sa insegnare, o, sapendolo, non ci si vuole scomodare a insegnarla bene.

È arida la matematica? Sì, ma si provi a vivificarla con qualche geniale applicazione alla vita, e anch'essa vivrà. ... Vi sono degli argomenti (specialmente nelle classi superiori) e non sono rari, nei quali la matematica è veramente bella ... Perché questi argomenti non si pongono in rilievo, e questa bellezza non si mette in mostra, non già celebrandola a parole ma facendola veramente sentire?

E vi sono argomenti nei quali la matematica è addirittura poesia, è poesia vera, non di rime, ma di sostanza; tali per esempio il passaggio dal finito all'infinito nelle classi contigue, la quadratura del circolo, e simili ...

... Certo, per pensare a fare questo, bisogna, innanzitutto amarla questa scienza: e non per il pane (bene scarso) che ci ha dato, bensì per il fascino che ha su di noi e per il suo grande ma troppo sconosciuto valore morale e educativo, che nella mia vita io ho sentito il bisogno di celebrare ogni volta che ho potuto. Io ... l'ho sempre amata, fino a dichiarare pubblicamente in una occasione in cui a Torino mi si volle fare onore che "quando rinasco, rinasco professore, e professore di matematica!"

Rodolfo Bettazzi, *Lettera ad Alberto Conti*, Bollettino di Matematica, 33, 1937, p. 107-108



Soroban: abaco giapponese



Swan pan: abaco cinese



Calcoli con l'abaco in Cina



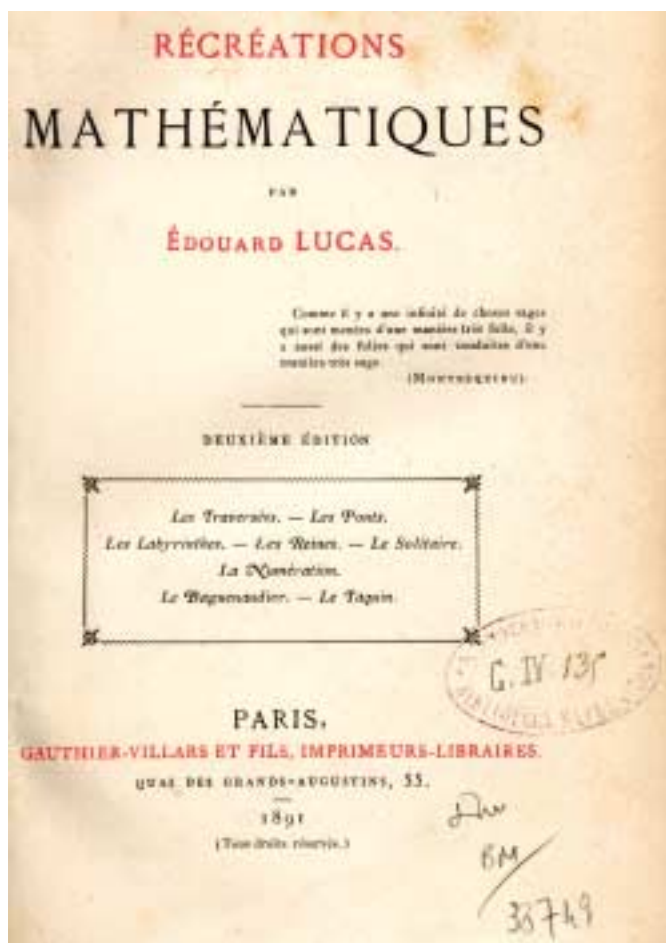
Calcoli in una stampa giapponese del XVIII sec.

G. Peano, *Giochi di Aritmetica e problemi interessanti. Operazioni curiose - Indovinelli aritmetici - Abaco - Operazioni aritmetiche semplificate - Problemi sul calendario (anni, mesi, giorni della settimana, età della luna, Pasqua) - Problemi pratici*, Torino, Paravia, 1924 - BSM Torino, Fondo Mastropaolo.

Edouard Lucas, *Recréations mathématiques*, vol. 1, *Les traversées; Les ponts; Les labyrinthes; Les reines; Le solitaire; La numération; Le baguenaudier; Le taquin*, Paris, Gauthier-Villars et fils, 2^a ed., 1891 - BSM Torino, coll. RARI 1891 LUCA 1, 21 cm.

Jottings on the Science of the Chinese Arithmetic, 1904 - Archivio privato Vacca, estratto.

Charles Ange Laisant, *Iniziazione alle matematiche, operetta dedicata agli amici dell'infanzia*, traduzione di G. Lazzeri, Firenze, Barbera, 1908 - BSM Torino, coll. C VI 232, 12 cm.



E. Lucas, *Recréations mathématiques*, vol. 1, Paris, Gauthier-Villars, 2^a ed., 1891

G. Peano, *Quadrato magico*, Schola et Vita, a. 1, 1926, Settembre, pp. 84-87 - BSM Torino, coll. P005 a 387.

G. Peano, *Jocos de Arithmetica*, Schola et Vita, a. 1, 1926, Ottobre et Novembre, pp. 166-173 - BDM Milano, estratto.

Alessandro Padoa, *Aritmetica intuitiva*, Milano, Sandron, 1923 - BSM Torino, coll. RARI 1923 PADO 1.

G. Vacca, *Quadratus maximus che leggesi, scolpito in marmo a Roma, nel Vaticano* - ms. autografo, c. 1r - Archivio privato Vacca.

Edouard Lucas, *Recréations mathématiques*, vol. 4, *Le calendrier perpétuel; L'arithmétique en boules; L'arithmétique en bâtons; les mérelles au XIIIe siècle; Les carrés magiques de Fermat; les réseaux et les dominos ...*, Paris, Gauthier-Villars et fils, 1894 - BSM Torino, coll. RARI 1891 LUCA 4, 21 cm.



Quadrato magico di ordine 3



Quadrato magico di ordine 5



Tschu Shi Kih, *Aritmetica*

JOCOS DE ARITHMETICA. (4)

Antiquo libro sinense de Arithmetica, in bibliotheca de « R. Accademia delle Scienze di Torino », contine quadratos magico de latere 3, 4,... usque ad 10. Me reproduce illor de latere 3 et 4; ita lectore pote cognosce cifras sinense.



Version:

1
6 2
7 5 3
8 4
9



4 9 2
 3 5 7
 8 1 6



Version:

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4



4 9 5 16
 14 7 11 2
 15 6 10 3
 1 12 8 13

Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, 2 novembre 1898 - Archivio privato Vacca.

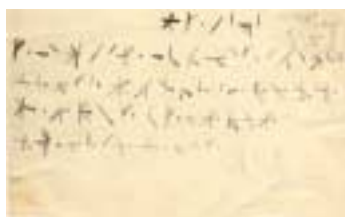
Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, Torino 28 ottobre 1899 - Archivio privato Vacca.

Giuseppe Peano a Giovanni Vacca, Torino 20 maggio 1903 - Archivio privato Vacca.

G. Vacca, *I trigrammi dell'imperatore Fu Hsi e l'Aritmetica degli antichi cinesi*, ms. autografo, cc. 1-2 - Archivio privato Vacca.

G. Vacca, *Appunti sull'aritmetica binaria*, ms. autografo, c. 1r - Archivio privato Vacca.

Edouard Lucas, *Recréations mathématiques*, vol. 3, *Le calcul digital, Machines arithmétiques ...*, Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893 - BSM Torino, coll. RARI 1891 LUCA 3, 21 cm.



G. Peano a G. Vacca, 2 novembre 1898



G. Peano a G. Vacca, 28 ottobre 1899



G. Peano a G. Vacca, 20 maggio 1903



Busta contenente i regoli costruiti da G. Vacca nel 1901, 1926 e 1931

G. Vacca, *Neperi Lamellarum Numeratricium Pyxis G. Vacca constr. 1901 cum novis exemplis perfectioribus 1926 et 1931 a G. Vacca inventis*, ms. autografo - Archivio privato Vacca.

G. Vacca, *Regoli di Neper perfezionati da G. Vacca (in base 5)*, 14 ottobre 1926, ms. autografo - Archivio privato Vacca.

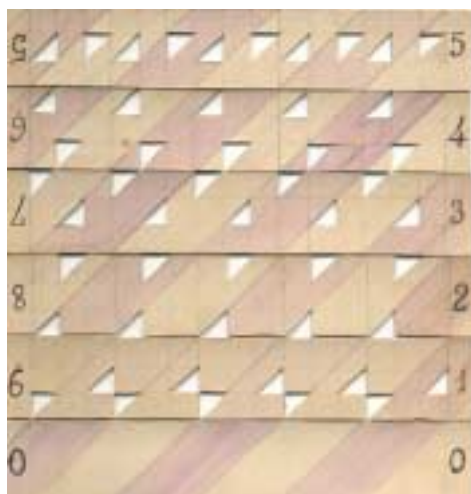
G. Vacca, *Due nuovi modelli di Regoli di Nepero perfezionati in base 10(=2×5) con un piccolo numero di finestre*, 26 ottobre 1926, ms. autografo - Archivio privato Vacca.



Regoli di John Napier. Esempio in legno



*Il Promptuarium di John Napier.
Esempio in legno*



Alcuni dei regoli di Nepero, costruiti da G. Vacca nel 1901



Regoli di Nepero, costruiti da G. Vacca nel 1926



Regoli di Henri Genaille e Edouard Lucas. Esemplare in legno



Regoli di Henri Genaille. Esemplare in legno

G. Vacca, *Tavola di moltiplicazione con i Regoli di Genaille*, ms. autografo, c. 1r - Archivio privato Vacca.

G. Vacca, *Tavola di divisione con i Regoli di Genaille*, ms. autografo, c. 1r - Archivio privato Vacca.

Ugo Cassina, *Calcolo numerico con numerosi esempi e note storiche originali*, Bologna, Zanichelli, 1928 - BSM Torino, coll. RARI 1928 CASS.



Ugo Cassina, *Calcolo numerico*, Bologna, Zanichelli, 1928

6 La curva di Peano e il lampioncino alla veneziana

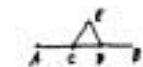
Ernesto Cesàro, *Remarques sur la courbe des von Koch*, Atti della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche, Napoli, s. 2, 12, 1905, pp. 1-12 - BSM Torino, coll. 1223.

Modello in carta della curva di Peano, con la rappresentazione ideata con le forbici da E. Cesàro nel 1905.

Giuseppe Peano a Sebastiano Timpanaro, Torino 3 novembre 1928, c. 1r-v - Archivio privato Timpanaro

Caro Collega,

ricevo il plico colle sue note e la lettera. Grazie. In geometria dobbiamo eliminare le idee inutili. In meccanica e fisica si considerano funzioni aventi derivata e perciò quella mia curva non può comparire. Ecco una curva simile: Prendo il segmento AB, lo divido in tre parti coi punti C, D; e costruisco il triangolo equilatero CDE, a sinistra di chi va da A a B. Considero ora la spezzata ACEDB, e su ogni lato ripeto la stessa costruzione. Avrò la figura:



su ogni lato ripeto la stessa costruzione. Avrò la figura:



Ripeto la stessa costruzione su ogni lato e avremo al limite una curva irregolare mancante di tangente. Altri autori si sono occupati di questa curva mettendola in tutte le salse.

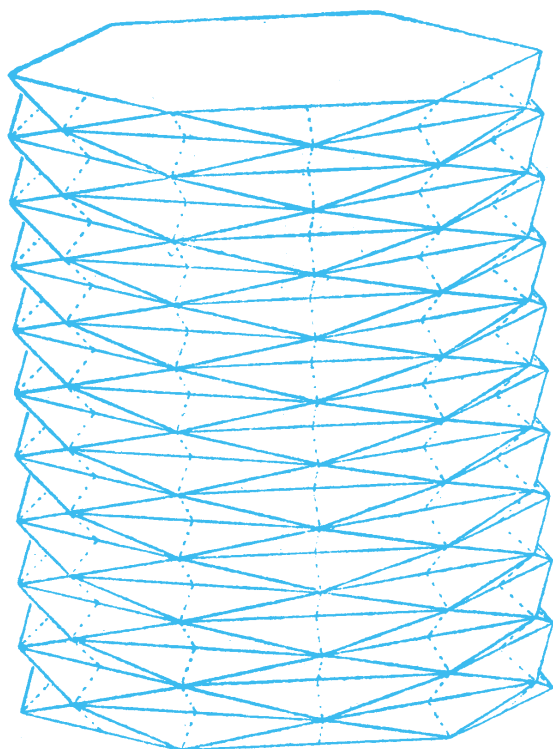
Io ora sono tutto assorto nell'Interlingua e nel sostenere lo splendido "Schola et Vita", e la prego del Suo aiuto, colla propaganda personale, con articoli sui vari periodici, e con articoli di scienza popolare, da stampare in ApI. Saluti cordiali G. Peano

Ugo Cassina, *Modello in carta del lampioncino*, ms. c. 1r-v in *Formulaire mathématique, édition de l'an 1902-03*, Turin, Bocca - Clausen, 1903 - BDM Parma, coll. Per 0831709 999653.

Il lampioncino, realizzato da Stefania Serre.



Rappresentazione di E. Cesaro della curva di Peano con la carta tagliata



Il lampioncino alla veneziana

Opuscolo cinese con illustrazioni di *tangram* - Archivio privato Vacca.

G. Vacca, *Modello in cartone dei sette pezzi [dello Stomachion] e di cinque pezzi in legno* - Archivio privato Vacca, Busta Studi sullo *Stomachion*, 23A.



*Opuscolo cinese con tangram
(esemplare di G. Vacca)*



G. Vacca, Modelli in carta e legno del tangram

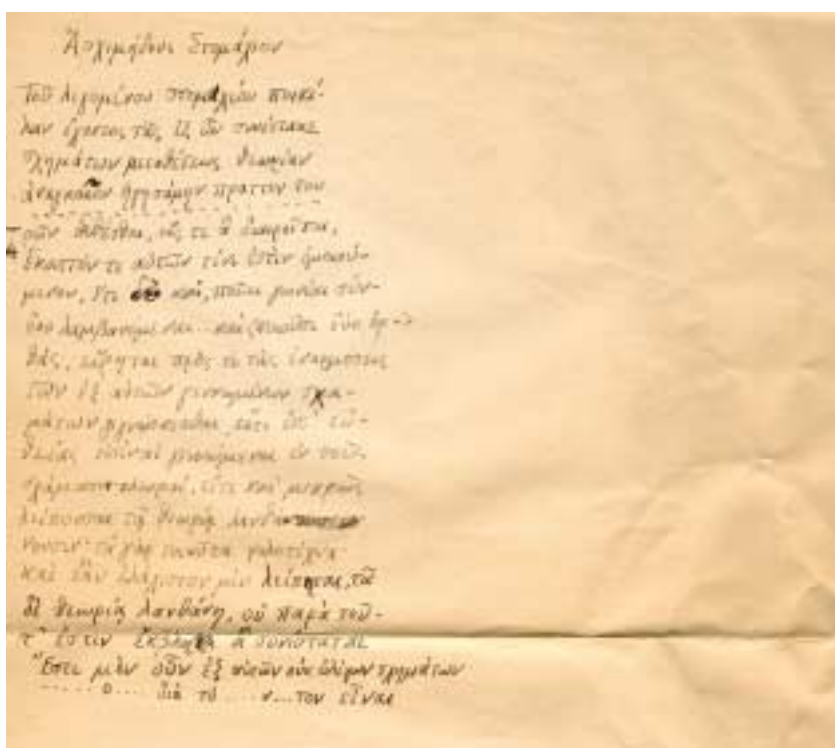


Busta di G. Vacca contenente i modelli del tangram

G. Vacca, *Lo Stomachion di Archimede*, ms. autografo greco, c. 1r - Archivio privato Vacca, Studi sullo *Stomachion*, 23A.

G. Vacca, Ricostruzione dello *Stomachion* di Archimede più fedele al frammento greco del frammento arabo, 27 dicembre 1942: fig. 1 variante dello *Stomachion* secondo il frammento greco integrato; fig. 2 calcolo delle aree dei quattordici pezzi, cc. 1r-2r - Archivio privato Vacca, Busta Studi sullo *Stomachion*, 23A.

G. Vacca, I 14 pezzi dello *Stomachion* secondo il frammento arabo, busta contenente i pezzi in cartone - Archivio privato Vacca, Studi sullo *Stomachion*, 23A.



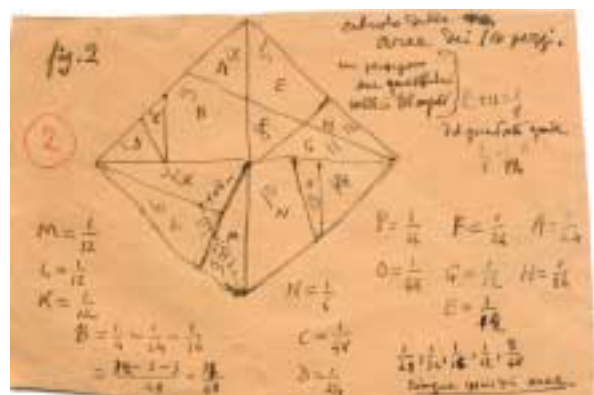
G. Vacca e lo *Stomachion* di Archimede



G. Vacca, Studi sullo *Stomachion* di Archimede



G. Vacca, Studi sullo *Stomachion* di Archimede



G. Vacca, Studi sullo *Stomachion* di Archimede



G. Vacca, Studi sul frammento arabo dello *Stomachion*



G. Vacca, Tangram con figure
(*Stomachion* arabo)

Cesare Burali-Forti a Giovanni Vailati, post novembre 1905 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. XDIV, cc. 1r-2r.

Carissimo Vailatone,

mi rallegro toto corde della tua nomina a commissario, e credo che l'opera tua potrà esplicarsi in modo felice e propizio per la scuola in generale e per la scuola secondaria in ispecie.

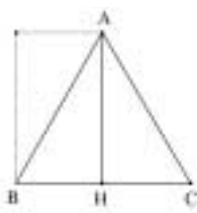
Motivo di questa mia è quello di farti anzitutto le mie cordialissime congratulazioni, e poi pregarti di interessarti - tu artista nell'anima e nel cervello - perchè nella così detta terra del canto, venga una buona volta istituito l'insegnamento del canto corale in tutta la carriera scolastica, e precisamente dall'asilo all'università, come si pratica in Inghilterra, in America del Nord e in Germania, senza tener conto di tutto che - al riguardo - si fa tanto di buono anche in Francia nel Belgio e perfino in Austria. Propugna fortemente il concetto dell'insegnamento del canto corale in tutta la scuola. Non hai bisogno ch'io ti addimostri e ti illustri tutto ciò che milita a favore di tale insegnamento sotto il rapporto morale, educativo, igienico e fisico: tu puoi bene entrare in merito assai meglio delle mie parole. A ogni modo, se lo credi, io sono a tua disposizione per tutto quanto credessi sia opportuno di avere da me, e, occorendo, ti farò magari una specie di prospetto o regolamento o programma che dir si voglia.

Bisogna far intendere che tale insegnamento - ora che tanto si parla di educazione fisica - è sommamente necessario, e bisogna bene fare entrare il concetto che non deve - detto insegnamento - essere di sovraccarico intellettuale, bensì di sollievo e di conforto. A tale scopo bisogna ricorrere non ad esami speciali che - in certe materie professionali, secondo me - bisogna avere attitudini speciali per superarle bensì ad altri mezzi di premio o di castigo a chi più o meno bene ritrae profitto e vertenti sulla condotta, sull'attitudine didattica, su premiazioni, speciali ecc. ecc. ecc.

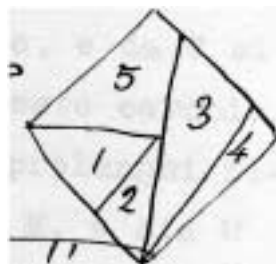
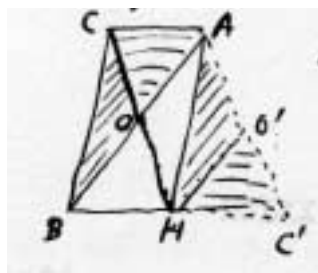
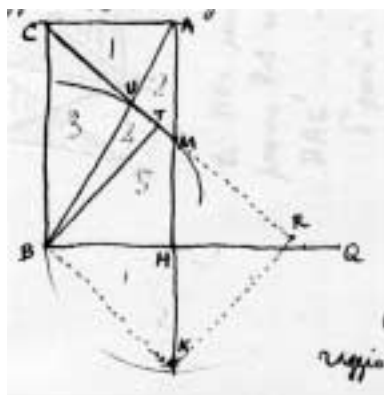
Ti scrivo in mezzo alla baraonda della scuola - alla quale faccio scrivere degli esercizi di divisione comparativa fra i tempi ordinato e a cappella e non so se mi spiego bene; ad ogni modo so che tu mi capisci lo stesso. Ti abbraccio con affetto vivo, ti prego di mandarmi un cenno con il tuo indirizzo preciso così ti manderò, se credi, un opuscolo mio sul canto corale, che forse ti potrà servire. Va bene? Ciao, ciao, anche per Scudini che vidi poco fa. Tuo aff.mo Burali

Giovanni Vacca a Giovanni Vailati, Firenze 26 febbraio 1906 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. DCLIX, cc. 1r-2r.

Caro Vailati,



Ho trovato finalmente la soluzione del problema di geometria elementare che abbiamo cercato insieme. Ma è tanto bella che non può esser *nuova*!! Io però non l'ho mai vista in nessun luogo! Dato il triangolo equilatero ABC lo si divide coll'altezza AH in due triangoli. Se ne *capovolge* uno e si ha così un rettangolo, la base del quale BH è doppia della diagonale AB.



Si costruisce allora il lato del quadrato equivalente al rettangolo AB, come medio proporzionale tra AH e BH, col solito metodo; esso è HQ. Con centro in B e con raggio HQ si descrive un cerchio, e da C si tiri la tangente a questo cerchio. Sia questa CT. La si prolunghi fino a incontrare AH in M, e sia U il suo punto d'incontro colla AB.

I cinque pezzi 1 = CAU, 2 = AUM, 3 = CUB, 4 = BTU, 5 = BHMT fanno ben disposti un quadrato di lato BT. Infatti si trasporti il triangolo CAM (1 + 2) parallelamente a se stesso in BHK (Il che si può, perché $BH = CA \dots$). Si avrà allora $MK = AH = CB$ (perché $MK = MH + HK = MH + AM$ etc.). Si può quindi spostare parallelamente a se stesso anche il triangolo BTU (3 + 4) parallelamente a se stesso su MRK. Ed è ovvio il vedere che il rettangolo BTHK è equivalente al parallelogramma BKMC, alla sua volta equivalente al rettangolo CAHB, e perciò è il quadrato di lato $BT = HQ$ etc. C'è una serie di belle considerazioni sulla figura. Per es. si vede che $CM = BT$.

Ti mando i *cinque pezzi* nella lettera. Nota che per farne, sia un quadrato, sia un triangolo equilatero, occorre *rovesciarne* due (i n.ri 1 e 3). Non volendo capovolgere nessuno, ma spostarli facendoli strisciare sul piano, *bisogna* dividere il numero 3 in due parti colla linea *azzurra* ivi segnata. Essa non è altro che la CO, cioè la metà dell'altra diagonale CH. Infatti allora basta senza uscir dal piano far ruotare il triangolo COA e portarlo in HC'O', e spostare il triangolo BOC parallelamente a se stesso in AO'H, per passare dal rettangolo CABH al triangolo equilatero BAC'...

E qui vi sono molte belle cose da dire, che io non ho la pazienza di scrivere, anche perché altri forse le ha già dette, sebbene non riesca nemmeno a sospettare chi esso possa essere.... Oggi nuove conoscenze da Rejninghaus, un prof. *Luchaire* dell'Univ. di *Lyon*, ed altri due professori un francese ed un ital. di cui non ricordo il nome, perché non ho parlato con loro. Tuo aff.mo G. Vacca

Cesare Burali-Forti a Giovanni Vailati, Torino 2 maggio 1906 - BDF Milano, Fondo Vailati, coll. CDLXXXVIII, XDIII, cc. 1r-3r.

Carissimo Vailati, Ti mando le risposte al questionario, per la matematica, della Com. Reale ... Dal modo come sono formulate le domande (credo tue?) mi pare che nelle linee generali siamo d'accordo. Forse non lo saremo nella 10^a. Immagina però un trattato di Geom. senza proporzioni e vedrai qual semplicità acquista. Del resto è questione di seguire il criterio di non introdurre nomi nuovi senza assoluta necessità (*concetti nuovi, brevità*): allora data l'algebra spariscono le proporzioni.

Credo che mandare a te le risposte equivalga ad un invio ufficiale: nel caso mi fai piacere di avvertirmi. Saluta Vacca da parte mia. Tanti saluti dal tuo aff.mo Burali

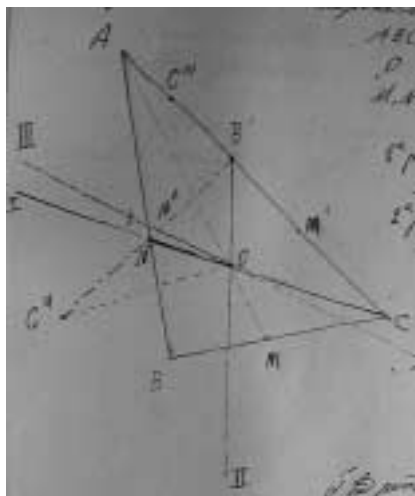
Matematica

1. Le definizioni debbono esser *poche* e *precise*, e date al solo scopo di *abbreviare* realmente *il linguaggio*. In tal modo una grandissima parte della nomenclatura matematica sparisce; le idee rimangono tutte e, anzi, trovandosi più al largo fruttificano meglio. Opportunissimo abolire ogni regola che riduce l'alunno ad una macchina incosciente: si devono solo saper applicare i procedimenti per l'effettuazione pratica delle operazioni fondamentali. Dare somma importanza alla risoluzione dei problemi pratici, perché in essi compariscono le *grandezze*: ed è precisamente il calcolo delle grandezze che fa riconoscere anche ai giovani, l'importanza e l'utilità pratica del calcolo numerico. Questo fatto a parte è solo strumento di tortura.
2. *Scuola universitaria di magistero*, affinché il futuro prof. veda nettamente l'origine logica degli enti numeri, e conoscendoli così sotto la loro forma più semplice, possa liberare la scuola secondaria da un esercizio nel vuoto.
3. —
4. In parti eguali: importantissime anche le applicazioni del teor. di Pitagora, la similitudine e le aree, volumi ecc.
5. Esigere che si parta da proprietà complesse, ma facilmente verificabili graficamente, per ottenere rapidamente, con deduzione, altre proprietà importanti. In altri termini abolire i sistemi minimi di idee primitive e di postulati (importantissimi scientificamente e per la preparazione didattica) che riducono al minimo la capacità intellettuale degli alunni.
6. —
7. Convenientissimo. Rendere obbligatorio tale procedimento, o, il che equivale, proibire la nomenclatura algebrica: sparita questa rimane l'algebra.
8. La *fusione* in geometria non corrisponde ad un concetto scientifico e quindi ogni opinione rimane opinione. È però nata la *fusione*, in aritm., degli interi con i fratti. Questa deve condannarsi perché: non esiste definizione scientifica (o pratica) di frazione senza passar prima per gli interi: le operazioni sulle frazioni non si possono eseguire se non si sanno eseguire quelle sugli interi.
9. Posto principale. I fondamenti tutti in un anno (vedi n° 18) negli anni successivi continuare le applicazioni che sono numerose, importanti e divertenti.

10. Per Euclide “proporzione = eguaglianza di due rapporti”: rapporto supplisce alla mancanza del concetto generale di numero reale (positivo, Q_0). Noi che *abbiamo* i numeri e che *dobbiamo adoperarli*, dobbiamo pure sopprimere le proporzioni tanto sotto la forma Euclidea-antica quanto sotto quella Euclidea-moderna. È strano che con la parola proporzione si voglia affogare il concetto utile e fecondo di *proporzionalità*; che si voglia far credere all'alunno di insegnargli un nuovo calcolo, mentre tolto il manto dell'antichità rimane una piccola parte dell'algebra moderna; che non si voglia chiamar numero, ma rapporto, ciò che in sostanza è numero; che si voglia sviluppare un V libro lungo e faticoso, mentre il concetto di numero riduce a nulla tutto quel vecchio algoritmo! Anche col numero la geom. rimarrà *pura* purché sia ben fatta. Per i numeri irrazionali occorrono tre cose: semplificare, semplificare, semplificare. Esempi di calcoli approssimati con π con \sqrt{e} e $\sqrt[3]{e}$ convincono l'alunno dell'utilità degli irrazionali; lo *schiacciamento delle due classi*, e le minute disquisizioni lo disgustano e lo convincono che la matematica è una bestia nera. Poca teoria; e il *limite superiore* semplifica e convince meglio l'alunno che lo *schiacciamento*: molta pratica; e questa condurrà l'alunno a servirsi degli irrazionali, il che è scopo finale. In generale *ammettere come vero tutto ciò che richiede minuziose disquisizioni*, dedurre con rigore logico tutto ciò che dalle premesse può facilmente dedursi - ecco l'ideale dell'insegnamento secondario e anche di quello superiore che deve condurre a pratiche applicazioni. Le scuole universitarie di magistero, quando funzioneranno, colmeranno la lacuna.
 11. Sì.
 12. *Tutti* sono atti a trar profitto da un insegnamento semplice e pratico, purché ciò sia fatto sin dalla scuola elementare.
 13. Precisamente. – *Piccole teorie* per importanti e pratiche applicazioni e non *grandi teorie* per piccole e ideali applicazioni.
 14. Dipende dall'*attitudine storica* dell'insegnante.
 15. Sarebbe anzi bene toglierli ove sono.
 16. —
 17. Abolire, numeri primi, mcm, mcm periodiche ecc. Limitare le operazioni sui complessi (solo *tempo* e *angoli*) alla *somma* e *differenza* di due complessi, prodotto di un complesso per un numero. Uso pratico dei logaritmi anche nelle scuole inferiori. Il I° anno della scuola inferiore comprenda sempre il calcolo con interi e fratti, perché problemi *pratici* con soli interi non esistono.
 18. Introdurre l'uso dei *vettori* in geom. Esigere notazione di Grassmann perché il calcolo rimane *identico* a quello algebrico *già noto* (le altre notazioni esigono un *calcolo nuovo* e danno, inoltre, idea inesatta di vettore). La trigonometria si tratta in modo rapido ed elementarissimo con i vettori.
- Dott. C. Burali-Forti, Prof. nell'Accademia Militare e nella Scuola tecnica G. Sommeiller.

Cesare Burali-Forti a Giovanni Vailati, Torino 6 gennaio 1908 - BDF, Milano, Fondo Vailati, coll. XDII, cc. 1r-3r.

Carissimo Vailati, Ti mando una *riduzione ai minimi termini* della tua piegatura del triangolo e relativa dimostrazione semplicissima.



ABC è il triangolo

O il punto comune alle bisettrici interne

M, N i piedi delle bisettrici AO, CO .

1^a piegatura. Lungo OC . B viene in B' ; M in M' ; C ed N restano fissi.

2^a piegatura. Lungo OB' che è la posizione assoluta nella 1^a piegatura dalla bisettrice OB , C viene in C'' nella $B'N$; M' viene in M .

3^a piegatura. Lungo OM'' , C'' viene in C''' su AC perché piegando, *ab initio*, lungo OM , C viene in AB o B in AC . Oppure se H è in comune ad OM'' ed AC il triangolo $HC''B'$ è uguale al triangolo ACB .

I tre punti A, C''', B' sono proprio quelli da te considerati. C''' sta sulla circonferenza di centro O e di raggio OC , come anche C'' .

Le distanze di A, B', C''' da O sono identiche alle distanze di A, B, C da O cioè sono

$$\frac{bc}{p} \cos \frac{\alpha}{2}, \frac{ca}{p} \cos \frac{\beta}{2}, \frac{ab}{p} \cos \frac{\gamma}{2}, \text{ avendo } a, b, c, p, \alpha, \beta, \gamma \text{ il solito significato.}$$

(*) Eccone una dimostrazione rapidissima con i vettori e baricentri.

$$O = \frac{aA + bB + cC}{2p} = A + \frac{b}{2p}(B - A) + \frac{c}{2p}(C - A)$$

$$(O - A)^2 = \frac{b^2}{4p^2}c^2 + \frac{c^2}{4p^2}b^2 + 2\frac{b}{2p}\frac{c}{2p}bc \cos \alpha = \frac{b^2c^2}{2p^2}(1 + \cos \alpha) = \frac{b^2c^2}{p^2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Per le distanze di B' e C''' da C o da A si ha

$$B' = A + \frac{b-a}{b}(C - A), \quad C''' = A + \left(1 - \frac{2a}{p} \cos^2 \frac{\gamma}{2}\right)(C - A)$$

$$B' = C + \frac{a}{b}(A - C), \quad C''' = C + \left(\frac{2a}{p} \cos^2 \frac{\gamma}{2}\right)(C - A)$$

e quindi pare che i rapporti delle distanze dei tre punti *collineari* non abbiano proprietà semplici.

Venni in biblioteca alla 3½ e non ti trovai. Più tardi non potei ripassare. Buona continuazione di vacanze e saluti dal tuo aff.mo Burali.



Rombicubottaedro fiorito - Modello di Krystyna & Wojciech Burczyk
24 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Icosaedro - Modello di Lewis Simon, Bennett Arnstein
30 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Tetraedro - Modello di Lewis Simon, Bennett Arnstein
6 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Grande dodecaedro stellato (icosaedro con punte)
Modello di Paolo Bascetta
30 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Cubo con punte - Modello di Paolo Bascetta
12 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Tetraedro con punte - Modello di Paolo Bascetta
6 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Tetraedro - Modello di Francis Ow
6 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Ottaedro - Modello di Francis Ow
12 moduli
Realizzato da Stefania Serre



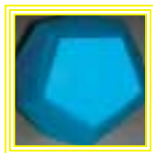
Icosaedro - Modello di Francis Ow
30 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Dodecaedro - Modello di Jorge Pardo
30 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Prisma a base triangolare - Modello di Jorge Pardo
9 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Dodecaedro - Modello di David Brill, Luisa Canovi
12 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Cubo - Modello di Tomoko Fuse
12 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Stella - Modello di Tomoko Fuse
12 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Ottaedro (3 quadrati intersecati) - Modello di Robert Neale
6 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Tetraedro - Modello di Tomoko Fuse
2 moduli
Realizzato da Stefania Serre



Icosaedro fiorito

30 moduli

Realizzato da Stefania Serre



Magic star - Modello di Robert Neale

8 moduli

Realizzato da Stefania Serre



Anello - Modello di Mette Peterson

18 moduli

Realizzato da Stefania Serre



WXYZ (4 triangoli equilateri intersecati) - Modello di Tung Ken Lam

12 moduli

Realizzato da Stefania Serre



5 tetraedri intersecati - Modello di Francis Ow, Tom Hull

30 moduli

Realizzato da Stefania Serre

Cavallo - Modello di David Brill - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 triangolo equilatero, cartoncino, lato circa 40 cm)

Volpe - Modello di Roman Diaz - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta origami bicolore, lato circa 35 cm)

Gru - Modello di Roman Diaz - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta velina trattata con metilcellulosa, lato circa 40 cm)

Scottish Terrier - Modello di Roman Diaz - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta elefante, lato circa 20 cm)

Scatola esagonale - Modello di Giuliana Beber - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 esagono, carta da pacco bicolore, lato circa 10 cm)

Scatola esagonale - Modello di Marta Balzani - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 esagono, carta da pacco bicolore, lato circa 10 cm)

Scatola esagonale - Modello di Tomoko Fuse - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 3+3 quadrati, carta da pacco bicolore, lato circa 10 cm)

Scatola ettagonale - Modello di Tomoko Fuse - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1+1 rettangolo, carta da regalo, circa 20x15 e 20x10 cm)

Barosaurus - Modello di Satoshi Kamiya - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 30 cm)

Coelophysis - Modello di Satoshi Kamiya - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 15 cm)

Mammuth - Modello di Satoshi Kamiya - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich bicolore, lato circa 25 cm)

Coleottero longicorne - Modello di Natale Fietta - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 15 cm)

Cigno in volo (2) - Modello di Alfredo Giunta - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 15 cm)



Gallo - Modello di Eric Joisel - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta velina trattata con metilcellulosa, lato circa 50 cm)

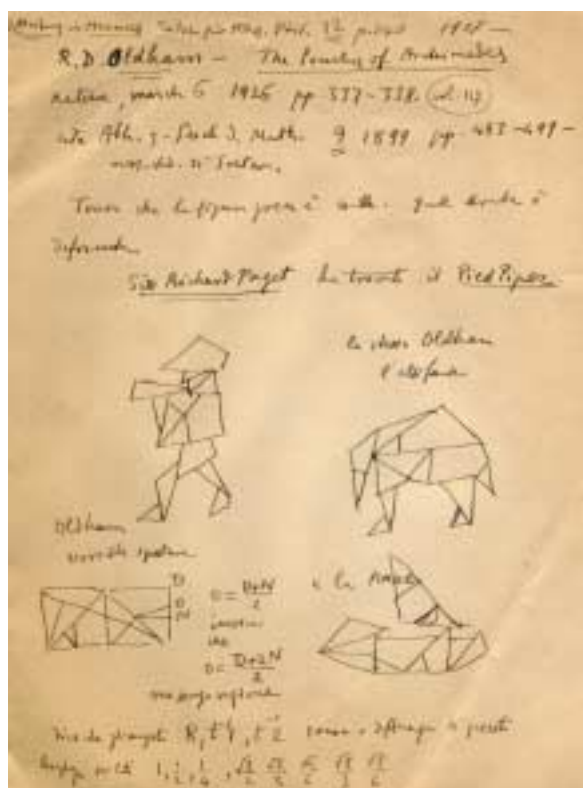
Vespa - Modello di Anibal Vojer - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta metallizzata bicolore, lato circa 15 cm)

Scorpione - Modello di Robert Lang - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 25 cm)

Hercules beetle - Modello di Robert Lang - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 40 cm)

Carrozzina - Modello di Roberto Gretter - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta origamido, lato circa 25 cm)

Caproni CA 100 idrovolante - Modello di Roberto Gretter - Realizzato da Roberto Gretter
(carta: 1 quadrato, carta sandwich, lato circa 30 cm)



G. Vacca, Studi sullo *Stomachion* di Archimede

Fonti iconografiche

Giuseppe Peano, Matematico e Maestro - Mostra BN Torino (pannelli e p. catalogo)

Ritratto a olio di Giuseppe Peano, a cura di Vittorio Bernardi - Famiglia Bernardi

La casa natale a Spinetta - Foto di E. Luciano

Giuseppe Peano, 1858-1932 - BSM Torino

Angelo Genocchi, 1817-1889 - BSM Torino

Enrico D'Ovidio, 1843-1933 - BSM Torino

Francesco Faà di Bruno, 1825-1888 - BSM Torino

Francesco Siaci, 1839-1907 - BSM Torino

Università di Torino, atrio - BSM Torino

Charles Hermite, 1822-1901 - BSM Torino

Esposizione Generale Italiana, Torino 1884 - Arch. Storico AMMA Torino

Adolph Mayer, 1839-1907 - BSM Torino

Ulisse Dini, 1845-1918 - BSM Torino

Joseph A. Serret, 1819-1885 - BSM Torino

G. Peano con i genitori, la moglie e i fratelli - Famiglia Bernardi

Accademia militare, Torino - BSM Torino

Giuseppe Peano, 1890 - Archivio privato Vacca

Felix Klein, 1849-1925 - BSM Torino

Georg Cantor, 1845-1918 - BSM Torino

Axel Harnack, 1851-1888 - BSM Torino

Paul Tannery, 1843-1904 - BSM Torino

Salvatore Pincherle, 1853-1936 - BSM Torino

Torino 1880, piazza Carlo Alberto - BN Torino

Torino 1890, via Po - BN Torino

Torino 1888, piazza Vittorio Veneto - BN Torino

Hermann Grassmann, 1809-1877 - BSM Torino

Mario Pieri, 1860-1913 - BSM Torino

Cesare Burali-Forti, 1861-1931 - BSM Torino

Tommaso Boggio, 1877-1963 - BSM Torino

Allievi e docenti, Accademia militare, Torino 1890 - BSM Torino

Torino 1890, piazza Carignano - Archivio GTT

Gottlob Gottlob Frege, 1848-1925 - BSM Torino

Giuseppe Peano, 1924 - BSM Torino
 Georg Cantor, 1845-1918 - BSM Torino
 Alessandro Padoa, 1868-1937 - BSM Torino
 Matematici a Gottinga - BSM Torino
 Torino 1890, ponte Umberto I - Archivio GTT
 Stupinigi, 1890 - BN Torino
 La villa di Peano a Cavoretto - Foto di C. S. Roero
 Il terrazzo con la curva - Foto di Marco Bernardi, rielaborata da A. Astesiano
 La rappresentazione di D. Hilbert della curva - BSM Torino
 Ernesto Cesàro, 1859-1906 - BSM Torino
 G. Vacca a E. Cesàro, 27.1.1906 - BDM Napoli
 Lettera di G. Peano a T. Boggio, 1919 - Archivio privato (copia in BSM Torino)
 Torino 1880, piazza San Carlo - Archivio GTT
 Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1714 - BSM Torino
 Peano nella tipografia a Cavoretto - BSM Torino
 Louis Couturat, 1868-1914 - BSM Torino
 Giovanni Vailati, 1863-1909 - Centro Vailati, Crema
 Rodolfo Bettazzi, 1861-1941 - BSM Torino
 Alessandro Padoa, 1868-1937 - BSM Torino
 Gino Fano, 1871-1952 - BSM Torino
 Otto Stolz, 1842-1905 - BSM Torino
 Congresso internazionale dei matematici, Zurigo 1897 - BSM Torino
 Henri Poincaré, 1854-1912 - BSM Torino
 David Hilbert, 1862-1943 - BSM Torino
 Bertrand Russell, 1872-1970 - BSM Torino
 Ernst Schröder, 1841-1902 - BSM Torino
 Congresso internazionale dei matematici, Toronto 1924 - BSM Torino
 Torino 1911, piazza Castello - Archivio Masino
 Corrado Segre, 1863-1924 - BSM Torino
 Gino Fano, 1871-1952 - BSM Torino
 Carlo Somigliana, 1860-1955 - BSM Torino
 Vito Volterra, 1860-1940 - BSM Torino
 Guido Fubini, 1879-1943 - BSM Torino
 Giuseppe Veronese, 1854-1917 - BSM Torino
 Peano circondato da allieve e allievi nel 1928 - Famiglia Chinaglia
 Rodolfo Bettazzi, 1861-1941 - BSM Torino
 Maria Cibrario, 1906-1992 - BSM Torino
 Piera Chinaglia con i Peano, 1927 - Famiglia Chinaglia
 Tommaso Boggio, 1877-1963 - BSM Torino
 Ugo Cassina, 1897-1964 - BSM Torino
 Mario Gliozzi, 1899-1977 - Famiglia Gliozzi
 Nicola Mastropaolo, 1872-1944 - Famiglia Mastropaolo

Cartolina Academia pro Interlingua - Domus Galilaeana, Fondo Natucci, Pisa
 Peano a Superga con allievi e colleghi, 1928- Famiglia Chinaglia
 Alfred Michaux, Leizer L. Zamenhof - BC Cuneo
 Nicola Mastropaolo, 1872-1944 - Famiglia Mastropaolo
 Wieslaw de Jezierski - BC Cuneo
 Torino 1920, via Barbaroux - Archivio Masino
 G. W. Leibniz, ms. 1710 - BSM Torino
 Macchina diadica di Leibniz - BSM Torino
 G. Peano a G. Vacca, 2.11.1898 - Archivio privato Vacca
 G. Peano a G. Vacca, 28.10.1899 - Archivio privato Vacca
 G. Peano a G. Vacca, 20.5.1903 - Archivio privato Vacca
 La Gazzetta del popolo della sera, 1916 - BC Cuneo
 Torino 1930, impiegati al lavoro - Archivio GTT
 Cavoretto, 1928 - Archivio GTT
Marginalia di G. Peano all'*Introduction au Formulaire* 1894 - BDM Milano
Marginalia di G. Peano al *Formulaire* 1895 - BDM Milano
Marginalia di G. Peano al *Formulaire* 1897-1898 - BDM Milano
Marginalia di G. Peano al *Formulaire* 1903 - BDM Parma
Formulario 1908, Esemplare di G. Vacca con *marginalia* - Archivio privato Vacca
Marginalia di G. Peano al *Formulario* 1908 - BDM Milano
 Frontespizio Catalogo: Ritratto di G. Peano - Famiglia Bernardi
 p. 8 La casa natale a Spinetta - Foto di E. Luciano
 p. 10 Angelo Genocchi; Enrico D'Ovidio; Francesco Faà di Bruno - BSM Torino
 p. 28 A. Genocchi a P. Tardy, 28.10.1884 - BU Genova
 p. 31 Mario Pieri - BSM Torino
 p. 32 *Arithmetices Principia* - BN Torino
 p. 48 La terrazza con la curva - Foto di Marco Bernardi, rielaborata da A. Astesiano
 p. 56 L. Couturat; Peano al CIM, Toronto 1924 - BSM Torino
 p. 63 Cartolina di Peano alla moglie, 12.8.1924 - Museo civico Cuneo
 p. 64 Corrado Segre - BSM Torino
 p. 68 Peano a Superga, 1928 - Famiglia Chinaglia
 p. 79 Cartolina Academia pro Interlingua - DG Pisa
 p. 80 Peano nella tipografia a Cavoretto - BSM Torino
 p. 84 Peano a Cavoretto con famigliari - Famiglia Bernardi
 p. 86 Inventario della Biblioteca di Peano - BC Cuneo
 p. 115 *Marginalia* di G. Peano all'*Introduction au Formulaire*, 1894 - BDM Milano
 p. 116 *Marginalia* di G. Peano al *Formulaire*, 1895 - BDM Milano
 p. 117 *Marginalia* di G. Peano al *Formulario*, 1898 - BDM Milano
 p. 118 *Marginalia* di G. Peano al *Formulario* 1903 - BDM Parma
 p. 119 *Marginalia* di G. Vacca al *Formulario* 1908 - Archivio privato Vacca
 p. 120 *Marginalia* di G. Peano al *Formulario* 1908 - BDM Milano

Giuseppe Peano e l'Università di Torino - Mostra Archivio Storico Università

- p. 122 Verbale dell'esame di laurea, 16.7.880 - ASUT Torino
- p. 123 Giuseppe Peano, 1880 - BSM Torino
- p. 127 Università di Torino, atrio - BSM Torino
- p. 128 Programma di Geometria superiore, 1894 - ASUT Torino
- p. 131 Programma di Calcolo infinitesimale, 1902-03 e 1903-04 - ASUT Torino
- p. 132 Programma di Logica matematica, 1906-07 - ASUT Torino
- p. 134 Appendici alle lezioni di Analisi, 1898 - Archivio privato Vacca
- p. 136 Programma di Analisi superiore, 1910-11 - ASUT Torino
- p. 140-141 Verbale seduta di Facoltà del 17.3.1910 - ASUT Torino
- p. 143 Torino 1890, via Po - BN Torino
- p. 144 Annuario dell'Università, 1919-20 - ASUT Torino
- p. 147 Peano circondato da allieve e allievi, 1928 - Famiglia Chinaglia
- p. 149 Giuseppe Peano, 1924-1928 - BSM Torino

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano - Mostra Bibl. Civ. Calvino

- p. 150 G. Peano, *Giochi di Aritmetica e problemi interessanti*, Torino 1924 - BSM Torino
- p. 154 U. Cassina, *Calcolo numerico*, Bologna 1928 - BSM Torino
- p. 161 *Soroban* giapponese, *Swan pan* cinese - Il Giardino di Archimede, Firenze
- p. 162 E. Lucas, *Récreations mathématiques*, Paris 1891 - BSM Torino
- p. 163 Quadrati magici - BSM Torino
- p. 164 Tschu Shi Kih, *Aritmetica* - Foto Acc. Sci. Torino
- p. 165 G. Peano, *Jocos de arithmetica*, 1926 - BSM Torino
- p. 166 *Manoscritto di Leibniz sull'aritmetica binaria* - BSM Torino
- p. 167 Peano a G. Vacca, 2.11.1898; 28.10.1899; 20.5.1903 - Archivio privato Vacca
- p. 169 Regoli e *Promptuarium* di J. Napier - Il Giardino di Archimede, Firenze
- p. 170 Alcuni regoli costruiti da G. Vacca, 1901 e 1926 - Archivio privato Vacca
- p. 169 Regoli costruiti da G. Vacca - Archivio privato Vacca
- p. 171 Regoli di E. Lucas e H. Genaille - Il Giardino di Archimede, Firenze
- p. 172 U. Cassina, *Calcolo numerico*, Bologna 1928 - BSM Torino
- p. 174 Rappresentazione di Cesàro della curva di Peano - C. S. Roero
- p. 174 Il lampioncino alla veneziana - S. Serre
- p. 175 Opuscolo cinese con tangram - Archivio privato Vacca
- p. 175 G. Vacca, Modelli in carta e legno del tangram - Archivio privato Vacca
- p. 175 Busta di G. Vacca contenente i modelli del tangram - Archivio privato Vacca
- p. 176 G. Vacca e lo *Stomachion* greco - Archivio privato Vacca
- p. 177 G. Vacca, Studi sullo *Stomachion* - Archivio privato Vacca
- p. 178 G. Vacca, Studi sul frammento arabo dello *Stomachion* - Archivio privato Vacca
- p. 178 G. Vacca, Tangram con figure (*Stomachion* arabo) - Archivio privato Vacca
- p. 184-186 Origami - Foto di S. Serre
- p. 187 Origami - Foto di R. Gretter
- p. 188 G. Vacca, Studi sullo *Stomachion* - Archivio privato Vacca

Edizioni delle opere di G. Peano

- Cassina U. (a cura di), *G. Peano. Opere scelte*, 3 voll., Unione Matematica Italiana, Roma, Cremonese 1957-1959.
- Cassina U. (a cura di), *Formulario Mathematico*, ripr. anastatica, Roma, Cremonese, 1960.
- Kennedy H. (ed.), *Selected Works of Giuseppe Peano*, Toronto, 1972.
- Roero C.S. (a cura di), *L'Opera omnia di Giuseppe Peano e i Marginalia al Formulario* Torino, cd-rom N. 3, Dipartimento di Matematica, 2008, ISBN 88-900876-2-5.
- Roero C.S. (a cura di), *Le Riviste di Giuseppe Peano* Torino, cd-rom N. 4 Dipartimento di Matematica, 2008, ISBN 88-900876-7-6.

Atti di Congressi su G. Peano

- Collectione de scripto in honore de prof. G. Peano in occasione de suo 70° anno, edito per cura deinterlinguistas, collegas, discipulos, amicos*, Supplem. ad Schola et Vita, Organo de Academia pro Interlingua, Milano, 27 agosto 1928, 96 p.
- Schola et Vita es in luctu pro morte de prof. Giuseppe Peano, illustre praesidente de Academia pro Interlingua, et dedica ad Illo praesente fasciculo*, 7, 3, Majo-Julio 1932, 98-162.
- Terracini A. (a cura di), *In memoria di Giuseppe Peano*, Cuneo, Liceo Scientifico Statale 1955.
- Celebrazioni in memoria di Giuseppe Peano nel cinquantenario della morte*, Torino 27-28 ottobre 1982, Torino, Lit. Valetto, 1986.
- Peano e i fondamenti della matematica*, Atti Convegno Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti (Modena 22-24 ottobre 1991), Modena, Mucchi, 1993.

Libri, Saggi e Articoli su G. Peano e sulla sua Scuola

- Arrighi G. (a cura di), *Lettere a Mario Pieri (1884-1913)*, Milano, Quaderni Pristem, N. 6, Maggio 1997, pp. 90-92.
- Arzarello F., *La Scuola di Peano e il dibattito sulla didattica della matematica*, in *La matematica italiana tra le due guerre mondiali*, Bologna, Pitagora, 1987, pp. 25-41.
- Ascoli G., *Giuseppe Peano*, La ricerca scientifica, 3, 1932, pp. 592-593.
- Ascoli G., *Giuseppe Peano e la sua opera*, Archimede, 10, 1958, pp. 263-266.
- Bagnasco Barra M., Giacardi L., *I due volti del sapere. Centocinquanta anni delle Facoltà di Scienze e di Lettere a Torino*, Torino, Museo Regionale di Scienze Naturali, 1999.
- Boggio T., *Giuseppe Peano*, Annuario dell'Università di Torino, 1932-33, pp. 451-457.
- Boggio T., *Giuseppe Peano*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 58, 1933, pp. 272-282.
- Borga M., Freguglia P., Palladino D., *Il problema dei fondamenti della matematica nella scuola di Peano*, Epistemologia, 6, 1, 1983, pp. 45-79.
- Borga M., Freguglia P., Palladino D., *Su alcuni contributi di Peano e della sua scuola alla logica matematica*, in V.M. Abrusci, E. Casari, M. Mugnai (ed.), Atti del convegno internazionale di storia della logica, Bologna, Clueb, 1983, pp. 337-341.
- Borga M., Freguglia P., Palladino D. (a cura di), *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, Milano, Angeli, 1985.
- Borga M., Freguglia P., Palladino D., *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria nella scuola di Peano*, Atti del Convegno *Storia degli studi sui fondamenti della matematica e connessi sviluppi disciplinari*, vol. 2, Roma, Luciani, 1988, pp. 5-22.

- Borgato M.T., *Alcune lettere inedite di Peano a Genocchi e a Jordan sui fondamenti dell'analisi*, in A. Conte, L. Giacardi (a cura di), 1991, pp. 61-97.
- Bottazzini U., *Sul calcolo geometrico di Peano*, in V.M. Abrusci, E. Casari, M. Mugnai (ed.), Atti Convegno intern. di Storia della Logica, Bologna, Clueb, 1983, pp. 331-336.
- Bottazzini U., *Dall'analisi matematica al calcolo geometrico: origini delle prime ricerche di logica di Peano*, History and philosophy of logic, 6, 1, 1985, pp. 25-52.
- Bottazzini U., *Angelo Genocchi e i principi del calcolo*, in A. Conte e L. Giacardi (a cura di), 1991, pp. 31-60.
- Botto C., *Un'autentica gloria cuneese e italiana: il matematico Giuseppe Peano, Cuneo 1858-Torino 1932*, Annuario dell'Istituto Tecnico di Cuneo 1933-1934, pp. 5-24.
- Bozzi S. Mangione C., *Storia della logica da Boole ai nostri giorni*, Milano, Garzanti, 1993.
- Carbone L., Guerraggio A., *Aspetti della matematica italiana del Novecento*, Istituto Italiano per gli studi Filosofici, Napoli, La città del sole, 1995.
- Carruccio E., *Tre problemi di Leibniz nelle loro relazioni con la logica peaniana e post peaniana*, Accademia Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, 6, 12, 1970, pp. 197-209.
- Casari E., *Questioni di filosofia della matematica*, Milano, Feltrinelli, 1964.
- Casari E., *La filosofia della matematica del '900*, Firenze, Sansoni, 1973.
- Cassina U., *L'oeuvre philosophique de G. Peano*, Revue de Métaphysique et de Morale, 40, 1933, pp. 481-491.
- Cassina U., *L'opera scientifica di Giuseppe Peano*, Rendiconti del Seminario Matematico di Milano, VII, 1933, pp. 323-389.
- Cassina U., *Su la logica matematica di G. Peano*, Bollettino dell'UMI, 12, 1933, p. 57-65.
- Cassina U., *Parallelo fra la logica teoretica di Hilbert e quella di Peano*, Periodico di Matematica, 4, 17, 1937, pp. 129-138.
- Cassina U., *Curva di Peano in base due*, Periodico di Matematica, 19, 1939, pp. 113-125.
- Cassina U., *Il concetto di linea piana e la curva di Peano*, Rivista di Matematica Univ. Parma, 1, 1950, pp. 275-292, rist. in *Critica dei principi della matematica e questioni di logica*, Roma, Cremonese 1961, pp. 112-136.
- Cassina U., *L'area di una superficie curva nel carteggio inedito di Genocchi con Schwarz ed Hermite*, Rendiconti dell'Istituto Lombardo, 83, 1950, pp. 311-328.
- Cassina U., *Alcune lettere e documenti inediti sul trattato di calcolo di Genocchi-Peano*, Rendiconti dell'Istituto Lombardo, LXXXV, 1952, pp. 337-362.
- Cassina U., *Ideografia e logica matematica*, Periodico di Matematiche, 4, 80, 1952, pp. 65-78.
- Cassina U., *L'idéographie de Peano du point de vue de la théorie du langage*, Rivista di Matematica dell'Università di Parma, 4, 1953, pp. 195-205.
- Cassina U., *Su l'opera filosofica e didattica di Giuseppe Peano*, Celebrazioni per l'intitolazione a Giuseppe Peano del Liceo Scientifico Statale di Cuneo, Cuneo, Saste, 1953.
- Cassina U., *Sulla critica di Grandjot all'aritmetica di Peano*, Bollettino dell'UMI, 3, 8, 1953, pp. 442-447.
- Cassina U., *Storia ed analisi del "Formulario completo" di Peano*, Bollettino dell'UMI, 3, 10, 1955, pp. 244-265, 544-574.
- Cassina U., *Un chiarimento sulla biografia di Peano*, Bollettino dell'UMI, 3, 12, 1957, pp. 310-312.
- Centrone M., *Evoluzione e crisi di un paradigma: Peano e Croce*, Milano, Angeli, 1990.
- Conte A., Giacardi L. (a cura di), *Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici. Contributi dall'epistolario*, Studi e Fonti IV, Torino, DSSP, 1991.
- Di Sieno S., Guerraggio A., Nastasi P. (a cura di), *La Matematica Italiana dopo l'Unità*, Milano, Marcos y Marcos, 1998.
- Dieudonné J., *Abrégé d'histoire des mathématiques*, Paris, Hermann, 1978, 2 voll.
- Dudman V., *Peano's review of Frege's Grundgesetze*, Southern Journal of Philosophy, 9, 1971, pp. 25-37.
- Dugac P., *Histoire de l'Analyse. Autour de la notion de limite et de ses voisinages*, Paris Vuibert, 2003.
- Ferreirós J., *Labyrinth of Thought, a History of Set Theory and its Role in Modern Mathematics*, Basel, Birkhäuser, 1999.
- Frege G., *Alle origini della nuova logica. Carteggio scientifico con Hilbert, Husserl, Peano, Russell, Vailati e altri*, ed. it. a cura di C. Mangione, Torino, Boringhieri, 1983, pp. 142-168.
- Freguglia P., *Sull'evoluzione algebrica dei principi logici classici*, Archimede, 27, 1975, pp. 169-175.
- Freguglia P., *Giuseppe Peano e i prodromi della linguistica matematica*, Physis, 19, 1977, pp. 305-317.
- Freguglia P., *Osservazioni inerenti alla geometria sulla retta secondo G. Peano*, Archimede, 29, 1977, pp. 95-103.

- Freguglia P., *Frege et Peano: affinities et differences*, Epistemologia, 4, 1981, pp. 59-76.
- Freguglia P., *La logica matematica di Peano: un'analisi*, Physis, 23, 1981, pp. 325-336.
- Freguglia P., *Sulla dimostrazione di G. Peano del teorema detto di Cantor-Bernstein*, Atti Convegno nazionale di logica, Napoli, Bibliopolis, 1981, pp. 685-699.
- Freguglia P., *Fondamenti storici della geometria*, Milano, Feltrinelli, 1982.
- Freguglia P., *Il contributo di Giuseppe Peano agli studi sui fondamenti della geometria*, in L. Grignetti, O. Montaldo (a cura di), *La storia delle matematiche in Italia*, Bologna, Monograf, 1984, pp. 483-493.
- Freguglia P., *Dalle equipollenze ai sistemi lineari. Il contributo italiano al calcolo geometrico*, Urbino, QuattroVenti 1992.
- Freguglia P., *Giuseppe Peano e la didattica della matematica*, in Cento anni di matematica. Atti del convegno "Mathesis, Centenario 1895-1995", Una presenza nella cultura e nell'insegnamento, Roma, Palombi, 1996, pp. 153-155.
- Gabba A., *La definizione di area di una superficie curva ed un carteggio inedito di Casorati con Schwarz e Peano*, Rendiconti dell'Istituto Lombardo, s. 3, 91, 1957, pp. 857-883.
- Galuzzi M., *Geometria algebrica e logica tra Otto e novecento*, Storia d'Italia, Annali 3, Torino, Einaudi, 1980, pp. 1085-1105.
- Garciaadiego A., *Bertrand Russell and the Origins of the Set-theoretic Paradoxes*, Basel, Birkhäuser, 1992.
- Geymonat L., *Peano e le sorti della Logica in Italia*, Bollettino dell'UMI, 3, 14, 1959, pp. 109-118.
- Geymonat L., *La metamatematica dopo Hilbert*, Atti VII Congr. UMI, Genova, 1963, Roma, Cremonese, 1965, pp. 288-318.
- Geymonat L., *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, 9 voll., Milano, Garzanti, 1970-77.
- Giacardi L., *Matematica e humanitas scientifica. Il progetto di rinnovamento della scuola di Giovanni Vailati*, Bollettino UMI La matematica nella Società e nella Cultura 8, 3-A, 1999, pp. 317-352.
- Giacardi L., Roero C.S., *Bibliotheca Mathematica. Documenti per la storia della matematica nelle biblioteche torinesi*, Torino, Allemandi, 1987.
- Gispert H., *Sur les fondements de l'analyse en France (à partir de lettres inédites de G. Darboux et de l'étude des différentes éditions du "Cours d'analyse" de C. Jordan)*, Archive for History of Exact Sciences, 28, 1, 1983, pp. 38-106.
- Gispert H., *La théorie des ensembles en France avant la crise de 1905: Baire, Borel, Lebesgue ... et tous les autres*, Revue d'histoire des mathématiques, 1, 1995, pp. 39-81.
- Giusti E., Pepe L. (a cura di), *La Matematica in Italia 1800-1950*, Firenze, Polistampa, 2001.
- Giozzi M., *Giuseppe Peano (27 agosto 1858 - 20 aprile 1932)*, Archeion, 14, 1932, p. 255.
- Grattan-Guinness I., *The Search for Mathematical Roots 1870-1940, Logics, Set Theories and the Foundations of Mathematics from Cantor through Russell to Gödel*, Princeton, University Press, 2000.
- Guerraggio A., *Le memorie di Volterra e Peano sul movimento dei poli*, Archive for history of exact sciences, 31, 2, 1984, pp. 97-126.
- Guerraggio A., Nastasi P. (a cura di), *Gentile e i matematici italiani. Lettere 1907-1943*, Torino, Boringhieri, 1993.
- Guerraggio A., Nastasi P., *Roma 1908: il Congresso Internazionale dei Matematici*, Torino, Bollati Boringhieri, 2008.
- Guerraggio A., *La polemica Peano-Volterra del '95-96*, in L. Grignetti, O. Montaldo a cura di, Atti del convegno *La storia delle matematiche in Italia*, Cagliari 1982, Bologna, Monograf, 1984, pp. 483-493, pp. 521-534.
- Guerraggio A., *Le memorie di Volterra e Peano sul movimento dei poli*, Archive for history of exact sciences, 31, 2, 1984, pp. 97-126.
- Guerraggio A., *La definizione di limite in Peano*, Nuova secondaria, 3, 1, 1985, pp. 38-41.
- Kennedy H.C., *Nine letters from Giuseppe Peano to Bertrand Russell*, Journal of the history of philosophy, III, 1975, pp. 205-220.
- Kennedy H.C., *Life and works of Giuseppe Peano*, Dordrecht, Reidel, 1980; ed. it. *Peano Storia di un matematico*, Torino, Boringhieri 1983.
- Kennedy H.C., *Twelve Articles on Giuseppe Peano*, Peremptory Publications e-book, San Francisco, 2002.
- Leva U., *Semplicità di vita e di pensiero di un uomo di fama mondiale*, La Stampa 29.4. 1932, p. 6.
- Levi B., *L'opera matematica di Giuseppe Peano*, Bollettino dell'UMI, 11, 1932, pp. 253-262.
- Lolli G., *"Quasi alphabetum": logica ed enciclopedia in G. Peano*, in G. Lolli, *Le ragioni fisiche e le dimostrazioni matematiche*, Bologna, Il Mulino, 1985, pp. 49-83.
- Lolli G., *Giuseppe Peano in Tra Società e Scienza 200 anni di storia dell'Accademia delle Scienze di Torino*, Torino, Allemandi, 1988, pp. 184-187.

- Luciano E., Roero C.S., *Dagli esagrammi di Fo-hy all'aritmetica binaria: Leibniz e Peano*, in *Conferenze e Seminari 2003-2004*, a cura di E. Gallo, L. Giacardi, O. Robutti, Ass. Sub. Mathesis, Torino, 2004, pp. 49-69.
- Luciano E., Roero C.S., *La macchina stenografica di Giuseppe Peano*, *Le Culture della Tecnica*, AMMA, 15, 2004, pp. 5-28.
- Luciano E., Roero C.S. (a cura di) *Giuseppe Peano-Louis Couturat. Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005.
- Luciano E., *G. Peano and M. Gramegna on ordinary differential equations*, in *Oberwolfach Reports*, Oberwolfach, Mathematisches Forschungsinstitut, 2005, pp. 2273-2275.
- Luciano E., *Aritmetica e Storia nei libri di testo della scuola di Peano*, in L. Giacardi (a cura di), *La matematica nella scuola italiana da metà '800 a fine '900: problemi, metodi, libri di testo e riforme*, Centro Studi Enriques, n. 6, Livorno, Agorà, 2006, pp. 269-303.
- Luciano E., *G. Peano and M. Gramegna on ordinary differential equations*, *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 12, 2006, pp. 33-77.
- Luciano E., *The influence of Leibnizian ideas on Giuseppe Peano's work*, VIII Internationaler Leibniz-Kongress, *Einheit in der Vielheit*, Vorträge, Hannover, 2006, pp. 525-531.
- Luciano E., *Il trattato Genocchi-Peano (1884) alla luce di documenti inediti*, *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, 27, 2, 2007, pp. 219-264.
- Luciano E., *La biblioteca "ritrovata" di Giuseppe Peano*, *Rendiconti Cuneo* 2007 (a cura di L. Bono, S. Chiavero, D. Damiano), Cuneo, Nerosubianco ed., 2007, pp. 184-188.
- Malatesta M., *On a Particular Meaning of the Principle of Duality: Leibniz, Boole, Peano*, *Metalogicon*, 10, 1, 1997, pp. 1-12.
- Mammana C., Tazzioli R., *The mathematical School in Catania at the beginning of the 20th Century and its Influence on Didactics*, in *Proceedings. Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique "De la maternelle à l'université"*, U.C.L. Louvain-la-Neuve, 15-18.7.1999, Louvain, 2001, pp. 223-232.
- Manara C.F., Spoglianti M., *La idea di iperspazio. Una dimenticata polemica tra G. Peano, C. Segre e G. Veronese*, *Atti e Memorie dell'Accademia Nazionale di Modena*, 4, 19, 1977, pp. 109-130.
- Marchisotto E.A., Smith J. T., *The legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Basel, Birkhäuser, 2007.
- Medvedev F.A., *Le funzioni d'insieme secondo G. Peano*, *Archives Internationales d'histoire des Sciences*, 33, 1983, pp. 112-117.
- Medvedev F.A., *Ocherchi istorii teorii funktsii deisvitel'nogo peremennogo*, Moscow, Nauka, 1975, pp. 67-68, trad. inglese a cura di R. Cooke, *Scenes from the history of real functions*, Basel, Birkhäuser, 1991.
- Meschkowski H., Nilson W. (a cura di), *Georg Cantor Briefe*, Berlin, Springer 1991, pp. 359-368.
- Micheli G., *Storia d'Italia*, *Annali* 3, *Scienza e tecnica nella cultura e nella società dal Rinascimento a oggi*, Torino, Einaudi, 1980.
- Mola A.A., *Giuseppe Peano: il "fratello" che illuminò Bertrand Russell*, *Almanacco piemontese*, 2001, pp. 141-155.
- Nidditch P., *Peano and the Recognition of Frege*, *Mind*, 72, 1963, pp. 103-110.
- Odifreddi P.G., *Dar alas ad mente de homo (Peano per un matematico)*, *Conferenze e Seminari 1998-99*, a cura di E. Gallo, L. Giacardi, O. Robutti, Ass. Sub. Mathesis, Torino, 1999, pp. 89-104.
- Osimo G. (a cura di), *Lettere di Giuseppe Peano a Giovanni Vacca*, Milano, Quaderni Pristem, N. 3, Gennaio 1992.
- Padoa A., *Il contributo di G. Peano all'ideografia logica*, *Periodico di Matematiche*, 4, 13, 1933, p. 15-22.
- Padoa A., *Ce que la logique doit à Peano*, *Actualités scientifiques et industrielles*, 395, 1936, pp. 31-37.
- Palladino D., *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria nella scuola di Peano*, *Atti del Convegno "Storia degli studi sui fondamenti della matematica e connessi sviluppi disciplinari"*, vol. 2, Roma, Luciani, 1988, pp. 5-22.
- Palladino F. (a cura di), *Le lettere di Giuseppe Peano nella corrispondenza di Ernesto Cesàro*, *Nuncius*, 8, 1993, pp. 249-273.
- Palladino F. (a cura di), *Le corrispondenze epistolari tra Peano e Cesàro e Peano e Amodeo*, Salerno, Quaderni Pristem, N. 13, Dicembre 2000.
- Pasini E., *Peano e la filosofia della matematica*, *Conferenze e Seminari 2002-2003*, a cura di E. Gallo, L. Giacardi, O. Robutti, Associazione Subalpina Mathesis-Seminario T. Viola, Torino, 2003, pp. 203-220.
- Pieri M., *Opere sui fondamenti della matematica*, a cura dell'UMI, Bologna, Cremonese, 1980.
- Ricci G., *Analisi*, in L. Silla 1939 (a cura di), *Un Secolo di Progresso Scientifico Italiano 1839-1939*, vol. I, Roma, Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 1939, pp. 55-124.

- Ricci G., Rec. *In memoria di Giuseppe Peano*, Bollettino dell'UMI, 3, 12, 1957, pp. 104-109.
- Rodriguez-Consuegra F.A., *The Mathematical Philosophy of Bertrand Russell: Origins and Development*, Basel, Birkhäuser, 1991.
- Roero C.S., *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, t. 1, *Ricerca, Insegnamento, Collezioni scientifiche*, t. 2, *I docenti*, Studi e Fonti IX-X, Torino, DSSP, 1999.
- Roero C.S., *Alcune iniziative nella storia della Facoltà di Scienze MFN di Torino per promuovere la cultura matematica fra gli insegnanti: le Scuole di Magistero, l'operato di Peano, il Centro di Studi Metodologici, Conferenze e Seminari 1998-99*, a cura di E. Gallo, L. Giacardi, O. Robutti, Ass. Sub. Mathesis, Torino, 1999, pp. 193-200.
- Roero C.S., *I matematici e la lingua internazionale*, Bollettino dell'UMI, 8, 2-A, 1999, pp. 159-182.
- Roero C.S. (a cura di), *Giuseppe Peano Matematica, cultura e società*, Cuneo, L'Artistica Savigliano, 2001.
- Roero C.S., Nervo N., Armano T. (a cura di), *L'Archivio Giuseppe Peano*, Torino, cd-rom N. 2, Dipartimento di Matematica, 2002, ISBN 88-900876-1-7.
- Roero C.S., *Nascita e decollo dell'Associazione Mathesis a Torino. L'eredità culturale trasmessa*, in *Ruolo delle Società scientifiche in Italia, Atti della LXVI Riunione SIPS Roma 12-14.10.2001*, Società Italiana per il Progresso delle Scienze, Roma 2002, Tip. Mura, pp. 185-212.
- Roero C.S., *L'Opera omnia, le Riviste e l'archivio di corrispondenze e manoscritti di Giuseppe Peano in CD-Rom*, in *Conferenze e Seminari 2002-2003*, a cura di E. Gallo, L. Giacardi, O. Robutti, Torino, Ass. Sub. Mathesis, 2003, pp. 207-219.
- Roero C.S., *Lingua de mathematica, lingua de amicitia, lingua de animos nobile. Il carteggio fra Sebastiano Timpanaro e Giuseppe Peano*, in corso di stampa negli Atti del Convegno "Da Tortorici alla Toscana: percorsi della famiglia Timpanaro", Tortorici 22-23.8.2003.
- Roero C.S., *Giuseppe Peano, geniale matematico, amorevole maestro*, in R. Allio (a cura di), *Maestri dell'Ateneo torinese dal Settecento al Novecento*, Torino, Stamperia artistica nazionale, 2004, pp. 138-144.
- Roero C.S., *Giuseppe Peano, il carisma di un matematico*, Annali del Centro Pannunzio, XXXVI, 2005/06, Torino 2006, pp. 220-246.
- Roero C.S., *G. Peano and the female universe*, in *More than pupils, Italian women in science at the Turn of the 20th Century*, edited by V. Babini, R. Simili, Firenze Olschki, 2007, pp. 27-49.
- Sanzo U., *Significato epistemologico della polemica Poincaré-Couturat*, Scientia, CX, 1975, pp. 369-396.
- Segre M., *Peano's Axioms in their Historical Context*, Archive for history of exact Sciences, 48, 1994, pp. 201-342.
- Segre M., *Le lettere di Giuseppe Peano a Felix Klein*, Nuncius. Annali di Storia della Scienza, XII, 1997, pp. 109-122.
- Tassone E., *Giuseppe Peano: genio e naturalezza*, Costarossa, 6, 1974, pp. 16-23.
- Tassone E., *Giuseppe Peano Un contributo essenziale al dibattito sui fondamenti della matematica nella crisi delle scienze di fine '800*, Astragalo, 3-4, 1982, pp. 5-10.
- Terracini A., *Ricordi di un matematico, un sessantennio di vita universitaria*, Roma, Cremonese 1968, pp. 35-44.
- Traniello F. (a cura di), *L'Università di Torino. Profilo storico e istituzionale*, Torino, Pluriverso, 1993.
- Tricomi F.G., *Matematici Italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie Acc. Sci. Torino, Cl. Scienze FMN, 4, 1962, pp. 1-120.
- Tripodi A., *Considerazioni sull'epistolario Frege-Peano*, Bollettino dell'UMI, 4, 3, 1970, pp. 690-698.
- Unione Matematica Italiana (a cura di), *Giuseppe Vitali, Opere sull'analisi Reale e Complessa. Carteggio*, Bologna, Cremonese, 1984, pp. 431-435, 445-446, 451-453, 478-479.
- Vacca G., *Lo studio dei classici negli scritti matematici di Giuseppe Peano*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze 21, 2, 1932, pp. 97-99.
- Viola T., Recensione: *Giuseppe Peano, Opere scelte*, Bollettino dell'UMI, 3, 16, 1961, pp. 351-352.
- Vivanti G., *Giuseppe Peano*, Rendiconti dell'Istituto Lombardo, 2, 65, 1932, pp. 497-498.
- Zaitsev E. A., *An interpretation of Peano's logic*, Archive for History of Exact Science, 46, 4, 1994, pp. 367-383.

Opere letterarie con citazioni e aneddoti su Peano

- Cabetti A. (pseudonimo di Renato Bettica) *La piccola storia*, Chivasso, L'Agricola, 1996.
- Romano L., *Opere*, 2 voll., Milano, Mondadori, 1991-92, in particolare *Una giovinezza inventata, Le parole tra noi leggere, Lo spirito creativo è leggero*.
- Pizzardo T., *Senza pensarci due volte*, Bologna, Il Mulino, 1996.

Indice

Prefazione	pag.	3
Abbreviazioni	pag.	6

Giuseppe Peano, Matematico e Maestro	»	7
1 Gli anni giovanili e i Maestri	»	11
2 Dalla laurea al trattato del 1884	»	15
3 I trattati di Analisi e i primi successi internazionali	»	25
4 Sui fondamenti della Geometria	»	29
5 Sui fondamenti dell'Aritmetica	»	33
6 La curva che riempie il quadrato e il lampioncino alla veneziana	»	37
7 La logica matematica: sogno di Leibniz e microscopio per Peano	»	49
8 I congressi internazionali	»	57
9 <i>Nemo propheta in patria</i> . La svolta del 1910	»	65
10 Le <i>Conferenze Matematiche Torinesi</i>	»	69
11 La lingua ausiliaria internazionale	»	73
12 L'impegno sociale	»	81
13 La saggezza dei grandi	»	85
14 L'Archivio e la Biblioteca di Peano	»	87
15 Dalla <i>Rivista di Matematica</i> al <i>Formulario</i> del 1908	»	89

Giuseppe Peano e l'Università di Torino	»	121
1 Peano studente 1876-1880	»	123
2 Dalla laurea alla libera docenza 1880-1884	»	124
3 I corsi ufficiali e i corsi liberi 1885-1907	»	129
4 Analisi superiore e <i>Formulario</i> 1910-1915	»	135
5 Le <i>Conferenze Matematiche Torinesi</i> e l'impegno nella Scuola 1915-1925	»	145
6 Il corso di Matematiche Complementari 1925-1932	»	148
7 Dall'Italia e dal mondo, 20 aprile 1932	»	150

Matematica come pane e come gioco nella Scuola di Peano	» 153
1 L'insegnamento della matematica nella scuola di Peano	» 155
2 Abachi e pallottolieri	» 161
3 Quadrati magici	» 163
4 Aritmetica binaria	» 167
5 Regoli per le operazioni aritmetiche	» 169
6 La curva di Peano e il lampioncino alla veneziana	» 173
7 Geometria: Tangram e Origami	» 175
 Fonti iconografiche	 » 189
 Bibliografia	 » 193

Realizzato
nel mese di settembre 2008
da Nerosubianco edizioni, Cuneo

